

SPRICKLÄNGDENS VARIATION MED HÅLDIAMETERN
VID SPRÄNGNING MED KONSTANT SPRÄNGÄMNES-
MÄNGD 1 KG/M.

Finn Ouchterlony

DS 1971:3

10.2.1971

STIFTELSEN
SVENSK DETONIKFORSKNING
SWEDISH DETONIC RESEARCH FOUNDATION

VINTERVIKEN — 117 48 STOCKHOLM
SWEDEN

SPRICKLÄNGDENS VARIATION MED HÅLDIAMETERN
VID SPRÄNGNING MED KONSTANT SPRÄNGÄMNES-
MÄNGD I KG/M.

Finn Ouchterlony

DS 1971:3

10.2.1971

Sammanfattning

I denna rapport används en modell för sprickutbredningen kring ett borrhål som har sitt ursprung i den linjära brottmekaniken. Gränsen för sprickutbredningen bestäms av energibalansen i sprickspetsen. Genom att använda en lämplig form av gaslag för spränggasernas expansion kan den beräknas. Erhållna värden på spricklängden som funktion av borrhålsdiametern jämförs med resultat från provsprängningar i Misterhult. Under förutsättning att spränggaserna antas stanna närmast borrhålet blir överensstämmelsen god. Den använda modellen ger en förklaring till försättnings variation med borrhålsdiametern vid pallsprängning med fri botten och konstant laddningsdiameter i homogent berg. Den maximala försättnings storlek beror dels på bergets stötvågs- och deformationsegenskaper som bestämmer spränggasernas initialförluster dels på brottsegheten som bestämmer spricklängden. För bergartsklassificering vore det alltså värdefullt att bestämma brottsegheten för olika bergarter. Rapporten innehåller också en kortfattad bakgrund till de tillståndsekvationer för spränggaserna som använts.

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

1. Inledning
2. Spränggasernas termodynamik
3. Sprickfortplantningsmodellen
4. Antaganden om det fysikaliska förloppet
5. Numerisk beräkning av spricklängden

Tabeller

6. Diskussion av resultaten

Diagram

Appendix:

1. Tillståndsekvationerna för nitroglycerins reaktionsprodukter

Datorprogram

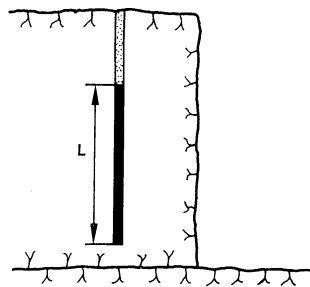
Diagram

Litteraturförteckning

Spricklängdens variation med håldiametern vid sprängning med konstant sprängämnemängd i kg/m.

1. Inledning

Vid provsprängningar i homogen granit i Misterhult 1967 av P.A. Persson, A. Ladegaard-Pedersen och B. Kihlström, /1/ och /2/, med en 11 mm:s utbredd laddning i en pall med fri botten, se fig 1, befanns den kritiska

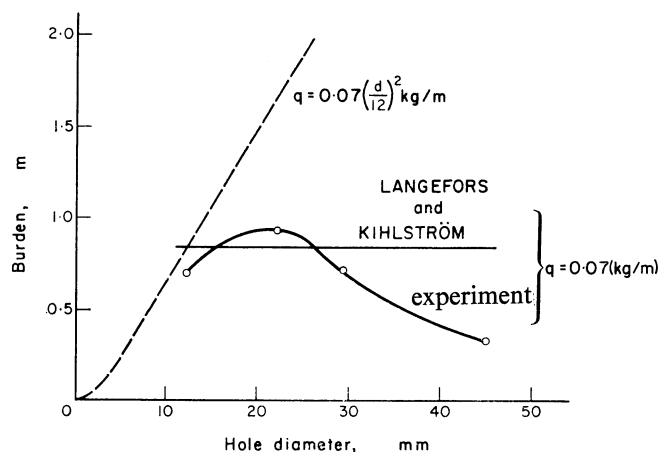


Snitt genom pallen

Fig. 1

försättningen vara störst när borrhåldiametern var 22 mm. Även lossbruten bergmängd och kastlängd var då störst. Dessa resultat var något förvånande eftersom Langefors och Kihlström inte funnit något sådant beroende vid sina försök med de variationer i packningsgraden som då var aktuella. De motsäger däremot inte deras slutsats att ett borrhål utnyttjas bäst om det packas fullt med sprängämne. Detta framgår

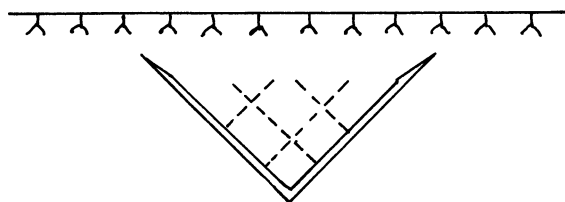
klart ur fig. 2 där försöksresultaten redovisas.



Den kritiska försättningen som funktion av borrhåldiametern.

Fig. 2

C.H. Johansson har i sin rapport om berglossningsmekanismen vid pallsprängning gjort en kvantitativ uppskattning av försättningsvariation med håldiametern /3/. Hans modell bygger på att den del av berget som



ligger innanför en sektor med 90° utslagsvinkel kan anses allsidigt komprimerat, se fig, och att den kritiska försättningen erhålles ur värdet på spricklängden när gastrycket i spricksystemet sjunkit till ett kritiskt värde p_c . Resultatet överensstämmer kvalitativt med Misterhultsförsöken för $p_c = 1$ kbar. Svagheten i modellen torde vara att det kritiska trycket inte hänförs till någon mätbar egenskap hos berget som t.ex. den

Fig. 3. Berglossningen

enaxliga tryckhållfastheten eller draghållfastheten utan är en parameter som kan väljas godtyckligt.

I den följande överläggningen utnyttjas den modell av sprickfortplantningen som presenterats i /4/ och /5/ till att uppskatta spricklängdens variation med håldiametern vid sprängning med konstant sprängämnesmängd i kg/m. Modellen bygger på den linjära brottmekaniken. Den ekvivalenta utslagsvinkeln vid pallsprängning med utbredd laddning och fri botten blir i praktiken oftast större än 135° . Inverkan av den flacka utslagsvinkeln och den fria ytan försummas.

Utslagsvinkelns inverkan kan för stora värden möjligen uppskattas med en spricka i form av en cirkelsektor. Spricklängden kring borrhålet och den maximala försättningen blir jämförbara storheter och storleken beror av bergets brottseghet.

Den osäkerhet i modellens kvantitativa resultat som finns i /4/ och /5/ p.g.a. godtyckligheten i valda begynnelsevärden för gasens tillståndsvARIABLE undviks genom att värden ur referenserna /6/ och /7/ används vilka behandlar beräkning av spänningsförloppet i berg efter en detonation i ett borrhål. En noggrannare behandling av spränggasernas termodynamik än i /4/ och /5/ är nödvändig.

2. Spränggasernas termodynamik

Enligt /3/ och /7/ kan den termiska tillståndsekvationen för nitroglycerins (NG) detonationsprodukter skrivas, se också appendix I

$$\begin{cases} pv = R_M \cdot T \cdot \phi(v) \\ \phi(v) = 1 + \frac{0.834 \cdot 10^{-3}}{v} + \frac{0.435 \cdot 10^{-6}}{v^2} + \frac{0.167 \cdot 10^{-9}}{v^3} + \frac{0.093 \cdot 10^{-12}}{v^4} \end{cases} \quad (1)$$

Tryck, volymitet och temperatur är givna i SI-systemets grundenheter och gaskonstanten R_M räknas per massenhet. Den kaloriska tillståndsekvationen ges av, se appendix I.

$$\begin{cases} e(T) - e(300) = -1.214 \cdot 10^6 + 1.518 \cdot 10^3 T + 0.994 \cdot 10^6 e^{-T/1112} \\ C_v(T) = 1.518 \cdot 10^3 - 0.593 \cdot 10^3 e^{-T/1112} \end{cases} \quad (2)$$

Den inre energin per massenhet och det specifika värmet ges i SI-enheter, temperaturen i K. Gaskonstanten blir

$$R_M = 265.6 \text{ ws/kg} \quad (3)$$

Om tillståndsvariablernas begynnelsestillstånd betecknas med index o erhålles gasens isoterma expansion ur

$$pv = R_M \cdot T_o \cdot \phi(v) \quad (4)$$

Den isentropa expansionen ges av den första huvudsatsen på differentialform och den termiska tillståndsekvationen.

$$pdv = -C_v \cdot dT \quad (5)$$

Integrering av (5) ger efter eliminering av p med (1)

$$\int_{v_o}^v \frac{\phi(v) dv}{v} = -\frac{1}{R_M} \cdot \int_{T_o}^T \frac{C_v(T) dT}{T} \quad (6)$$

I H.L. uppträder en exponentialintegralsterm, alla övriga termer är integrerbara på sluten form. Härigenom måste beräkningen av expansionsförloppet i ett p-v-diagram ske via temperaturen $T \rightarrow v \rightarrow p$. Uttrycket (6) får formen

$$VL = \left[\ln v - \left(\frac{0.834 \cdot 10^{-3}}{v} + \frac{0.2175 \cdot 10^{-6}}{v^2} + \frac{0.0557 \cdot 10^{-9}}{v^3} + \frac{0.0231 \cdot 10^{-12}}{v^4} \right) \right]_{v_0}^v \quad (7)$$

$$HL = - \frac{1}{R_M} \left[1.518 \cdot 10^3 \ln T - 0.593 \cdot 10^3 E_1(T/1112.) \right]_{T_0}^T$$

Exponentialintegralen E_1 finns tabellerad bl.a. i /8/ § 5.

3. Sprickfortplantningsmodellen

Sprickfortplantningsmodellen utgår från en plan spricka med lika långa armar. Bergmaterialet antages vara linjärt elastiskt, isotropt och homogent. Det beskrivs av sin E-modul, E och Poissons tal, ν . Plant deformationstillstånd (PD) antas råda. Gasen antas helt fylla ut sprickan, dess tryck i ett givet ögonblick vara lika stort överallt. Formlerna gäller för statisk jämvikt. Så länge

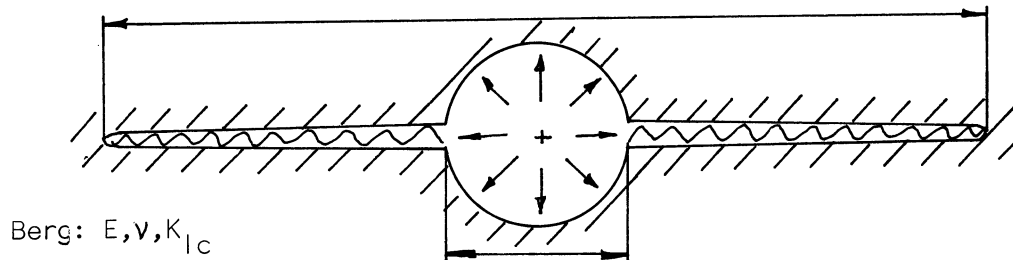


Fig. 4. Den idealiserade sprickgeometrin

$R_I \ll a$ gäller för spänningsintensitetsfaktorn och sprickvolymen, se /4/ och /5/

$$\begin{cases} K_I = p \sqrt{\pi a} \\ V = \pi R_I^2 + \frac{2\pi(1-\nu^2)}{E} \cdot pa^2 \end{cases} \quad (8)$$

Gasen tillstånd antages givet av gaslagen

$$pV^\gamma = \text{konst} = C_e \quad (9)$$

Uttrycken (8) och (9) ger ett samband mellan K_I och spricklängden a .

$$C_e = \frac{K_I}{\sqrt{\pi a}} \cdot \left[\pi R_I^2 + \frac{2\pi(1-\nu^2)}{E} \cdot \frac{K_I \cdot a^{3/2}}{\sqrt{\pi}} \right]^\gamma \quad (10)$$

Spränggaserna har i detonationsögonblicket ett mycket högt tryck och det spänningstillstånd som utbildas efter stötvågen räcker oftast till för att bilda radiella sprickor. Att ett par som bildar en stor vinkel med varandra kommer att dominera vid pallsprängning har att göra med den reflekterade stöfvågens inverkan /9/. Den modell för sprickutbredningen som används i /4/ och /5/ innebär att sprickorna antas utbreda sig under inverkan av det sjunkande gastrycket tills den linjära brottmekanikens "brott villkor" inte längre är uppfyllt /10/. Sprickorna stannar när spänningsintensitetsfaktorn K_I inte längre överstiger bergets brottseghet K_{Ic}

$$K_I \leq K_{Ic} \quad (11)$$

Uttrycken (10) och (11) ger sprickfortplantningsgränsen implicit

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi R_I^2 + \frac{2\sqrt{\pi}(1-\nu^2)}{E} \cdot K_{Ic} \cdot a^{3/2} - \left[\frac{C_e}{K_{Ic}} \cdot \sqrt{\pi} \right]^{1/\chi} \cdot a^{1/2\chi} > 0 \\ a \gg R_I \end{array} \right. \quad (12)$$

För en spricka där gasen inte förmår tränga in i sprickorna gäller om $R_I \ll a$ /5/.

$$\left\{ \begin{array}{l} K_I = \frac{2p}{\sqrt{\pi}} a^{1/2} \arcsin \frac{R_I}{a} \\ V = \pi R_I^2 + \frac{8(1-\nu^2)}{\pi E} p a^2 \left[\arcsin^2 \frac{R_I}{a} + 2 \frac{R_I}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{R_I}{a}\right)^2} \arcsin \frac{R_I}{a} - 2 \left(\frac{R_I}{a}\right)^2 \ln \frac{R_I}{a} \right] \end{array} \right. \quad (13)$$

Liksom ovan erhålles sprickfortplantningsgränsen ur

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4(1-\nu^2)K_{Ic}}{\sqrt{\pi} E} \cdot a^{3/2} \cdot \left[\arcsin \frac{R_I}{a} + 2 \frac{R_I}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{R_I}{a}\right)^2} - \frac{2 \left(\frac{R_I}{a}\right)^2 \ln \frac{R_I}{a}}{\arcsin \frac{R_I}{a}} \right] - \\ - \pi R_I^2 \left[\left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{C_I}{\pi K_{Ic}} \right)^{1/\chi} \left(\frac{a}{R_I} \right)^{1/2\chi} \arcsin \frac{R_I}{a} - 1 \right] > 0 \\ \text{där } C_e = C_T \cdot (\pi R_I^2)^{\chi-1} \end{array} \right. \quad (14)$$

Uttrycket (14) kan skrivas på enklare form om villkoret $R_I \ll a$ utnyttjas och uttrycket (12) formas om, C_e ersätts av C_T . (14) ger (15) och (12) ger (16).

$$\frac{4(1-\nu^2) \cdot K_{Ic}}{\sqrt{\pi} \cdot E} \cdot a^{1/2} \left(3 - 2 \ln \frac{R_I}{a} \right) - \pi R_I \cdot \left[\left(\frac{2}{\pi} \cdot \frac{C_T}{\sqrt{\pi} K_{Ic}} \cdot \frac{1}{R_I \cdot a^{1/2}} \right)^{1/2} - 1 \right] > 0 \quad (15)$$

Detta uttryck kan lätt generaliseras. För det fall att gasen är begränsad till borrhålet får den i stället fylla ut sprickan så mycket som svarar mot n ggr borrhålsradien. Uttrycken (13) och (14) ger (15a)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4(1-\nu^2) \cdot K_{Ic}}{\sqrt{\pi} \cdot E} \cdot n a^{1/2} \left(3 - 2 \ln \frac{n R_I}{a} \right) - R_I \cdot \left[\left(\frac{2}{\pi} \cdot \frac{C_T}{\sqrt{\pi} K_{Ic}} \cdot \frac{n}{R_I a^{1/2}} \right)^{1/2} - 1 \right] > 0 \\ n R_I \ll a \end{array} \right. \quad (15a)$$

$$\frac{2\sqrt{\pi}(1-\nu^2) \cdot K_{Ic}}{E} \cdot a^{3/2} - \pi R_I^2 \left[\left(\frac{C_T}{\sqrt{\pi} K_{Ic}} \cdot \frac{a^{1/2}}{R_I^2} \right)^{1/2} - 1 \right] > 0 \quad (16)$$

I både (15), (15a) och (16) är första termen positiv så att om parentesens värde är negativt blir olikheten alltid uppfylld. Dessa områden i R_I -a planet ges av
för den gasfyllda sprickan

$$a \leq \left[\frac{\sqrt{\pi} \cdot K_{Ic}}{C_T} \right]^2 R_I^4 \quad (17)$$

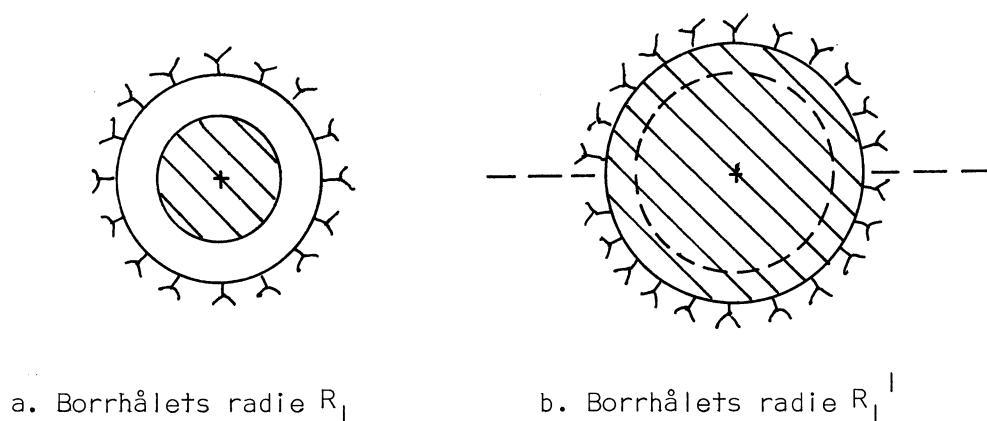
för sprickan där gasen nästan helt stannat i borrhålet

$$a \geq \frac{4}{\pi} \cdot \left[\frac{C_T}{\sqrt{\pi} \cdot K_{Ic}} \right]^2 \cdot \left(\frac{n}{R_I} \right)^2 \quad (18)$$

För den gasfyllda sprickan är det området mellan R_I -axeln och en fjärdegradskurva, när gasen stannar i borrhålet området utanför en högre ordningens hyperbel. Gränserna ur (17) och (18) kompletterar gränserna ur (16) och (15) som ger $a(R_I)$.

4. Antaganden om det fysikaliska förloppet

För att ur sprickfortplantningsmodellen och kunskaperna om spränggasernas termodynamik numeriskt kunna beräkna gränsen för sprickfortplantningen krävs ytterligare ansatser, de är:



Borrhålet med laddningen innan detonationen (a) och efter (b), ögonblicket innan sprickorna öppnas.

Fig. 5.

1. Med utgångspunkt från de begynnelsevärden som erhålles i detonationsögonblicket, p_0 , V_0 och T_0 , där T_0 ges ur explosionsenergin och V_0 är laddningens volym antas gasen expandera isotermt tills den fyller ut borrhålet, jfr /3/.
2. All vidare expansion antages ske isentropiskt, dvs värmeförluster till omgivande berg försummas, jfr /3/. Detta antagande medför att det arbete som gasen uträttar på omkringliggande berg är bestämt om kontrolllytan - borrhålsrandens beteende är känt.
3. Borrhålsranden antas uppta deformationer dels i borrhålets närmaste omgivning innan sprickorna öppnas, dels efteråt de som ges av sprickfortplantningsmodellen. De förstnämnda kan vara både elastiska och icke-elastiska de sistnämnda däremot är rent elastiska.
4. Borrhålsrandens initialdeformation antas kunna beräknas med det datorprogram för sfäriska och cylindriska vågutbredningsförlopp i berg som används i /6/ och /7/. Den antas vidare direkt kunna superponeras den ursprungliga borrhålsvolymen.
5. Spränggasernas expansionsförlopp i ett logaritmiskt p - v diagram är starkt olinjära för låga volymiteter varför en gaslag enligt (9) med konstant χ inte gäller. Men den givna sprickfortplantningsmodellen tillordnar entydigt varje punkt (v, p) ett värde på spricklängden a för givna värden på brott-

segheten K_{IC} och C_T . Genom att expansionen för rimliga värden på K_{IC} torde hamna på den linjära kurvdelen i diagrammet kan då gasen åtminstone vad beträffar gränsen för sprickfortplantningen beskrivas av en linjariserad gaslag enligt (9) där C_e och C_T följaktligen inte bestäms av de fysikaliska begynnelsevärden utan ekvivalenta linjariserade värden.

5. Numerisk beräkning av spricklängden

Den numeriska beräkningen inbegriper tre delar, dels en uppskattning av de icke-elastiska deformationerna, dels en bestämning av de linjariserade begynnelsevärdena och slutligen en beräkning av spricklängden med utgångspunkt från sprickfortplantningsmodellen.

5.1 Borrhålsrandens deformation

Räkningar med det i /7/ redovisade datorprogrammet visar att en avsevärd del av det arbete som gasen uträttar under sin expansion åtgår till icke-reversibelt deformationsarbete närmast borrhålet. Den statiska radieökningen för linjärt elastiskt material ges av

$$\frac{\Delta R_I}{R_I} = \frac{p \cdot (1 + \nu)}{E} \quad (19)$$

Motsvarande lösning på det dynamiska problemet /11/ för ett linjärt elastiskt material ger att randen utför en underkritiskt dämpad svängningsrörelse in mot det statiska jämviktsvärdet U_r där stigtiden τ och första översvängens amplitud ΔU_r är givna av

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau \approx 2 \frac{R_0}{c_0} \\ \Delta U_r < 0.2 U_r \end{array} \right. \quad (20)$$

Här är c_0 ljudhastigheten för den longitudinella vågen. Med värden på $c_0 \approx 5 \cdot 10^3$ m/s och $R_0 = 0.01$ m erhålles $\tau \approx 4 \mu s$ dvs. det dynamiskt elastiska bidraget till borrhålsrandens deformation kan försummas liksom det statiskt elastiska bidraget kan försummas så snart trycket sjunkit under 10 kbar. Med en elasticitetsmodul $E = 10^{11}$ N/m² blir felet då $< 1\%$. Det fel som införs genom att betrakta hela borrhålets volymökning efter 40-50 μs och vid ett tryck $p < 10$ kbar som icke-reversibel torde alltså vara litet.

I diagram 1 finns borrhålsrandens läge som funktion av tiden inritad för sprängning med NG med 10 mm laddningsradie dels i ett lika stort borrhål dels i ett borrhål med 50% större radie.

Baserat på i diagrammet ungefärligt bestämda övre gränser R_I' erhålles för borrhålets icke-reversible radieökning

$$\frac{\Delta R_I}{R_I} = \frac{R_I' - R_I}{R_I} = 3.73 e^{-1.75 R_I/R_O} \quad (21)$$

Gasen i det fulladdade borrhålet har alltså expanderat längre och har därför mindre för sprickutbredningen nyttig energi kvar än gasen i ett icke fulladdat hål vilket klargjorts tidigare /9/.

5.2 De linjariserade begynnelsevärdena

I diagram 2 finns isoterma och isentropa expansionskurvor inritade för NG-spränggaserna. Diagrammet har ritats av en dator på grundval av det underlag om spränggasernas termodynamik som redan redovisats. Enligt de antaganden som gjorts om det fysikaliska förloppet under punkterna 4.1 och 4.2 utgår isentroperna från isothermen. Utgångsvärdena är samma som använts i /7/.

$$\begin{cases} v_O = 0.625 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg} \\ e_O = 6.28 \cdot 10^6 \text{ ws/kg} \end{cases} \quad (22)$$

dvs de värden på volymitet och explosionsenergi för NG som Taylor ger i /12/. Isotermens lutning i det logaritmiska diagrammet går med ökande volymitet mot -1 och isentropernas mot -1.17.

$$\begin{cases} \lim_{v \rightarrow \infty} - \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T = 1 \\ \lim_{v \rightarrow \infty} - \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_S = -1.17 \end{cases} \quad (23)$$

Ur detta diagram bestäms de linjariserade begynnelsevärdena p_O' , v_O' , C_e' och C_T' , de finns uppställda i tabell.

5.3 Spricklängdsvärdena

När borrhålsrandens deformation och de linjariserade begynnelsevärdena bestämts kan nu gränsen a för sprickfortplantningen bestämmas med (15),

(15a) och (16). Värden på E , ν och K_{Ic} väljs samma som i /4/ alltså för bergarten norit

$$\begin{cases} E &= 1.05 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2 \\ \nu &= 0.228 \\ K_{Ic} &= 0.9 \cdot 10^7 \text{ N/m}^{3/2} \end{cases} \quad (24)$$

Spricklängdsvärden har beräknats ur (15) och (16) både med och utan inverkan av borrhålsrandens deformation och ur (15a) för några olika värden på n . Själva beräkningen har gjorts med en Hewlett - Packard 9100B bordskalkylator och ett program 70014 för lösning av implicita ekvationer. Resultaten presenteras i tabell 3 och 4 samt diagram 3, 4 och 5.

5.4 Giltigheten av en avansatserna

Antagandet om att linjariserade begynnelsevärden kan användas kontrolleras direkt med (8) och (13). Gränstrycken ges då av

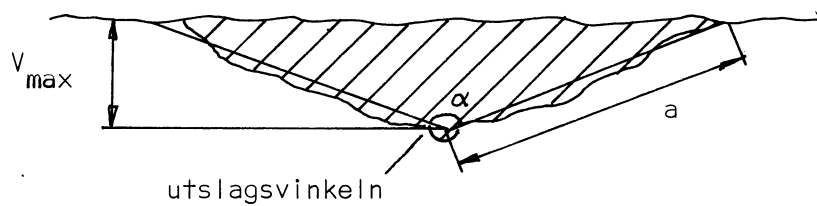
$$p = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{\pi a}} \quad (25)$$

$$p \approx \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \frac{K_{Ic} a^{1/2}}{R_I}$$

En insättning av aktuella värden ger för den gasfyllda sprickan ett största gränstryck av ca 70 bar och för den spricka där gasen stannat i borrhålet ca 4 kbar. Det senare värdet är på gränsen av det tillåtna området i diagram 2.

5.5 Skalning av Misterhultsförsökens resultat

För att göra en jämförelse möjlig mellan beräknade spricklängdsvärden a och i Misterhult erhållna värden på den maximala försättningen V_{max} med 11 mm:s laddning skalas försöksvärdena först upp till att gälla för en 20 mm:s NG laddning och räknas sedan om till spricklängdsvärden genom att ersätta den verkliga utslagsgeometrin ur fig 1 med enklast möjliga approximation som i fig. 6. Skalningen är enligt Langefors och Kihlström /13/ proportionell mot laddningsdiametern och roten ur viktstyrkeförhållandet. Det sprängämne som användes i Misterhult hade viktstyrkan 1.04 relativt Dynamex B vilket i sin tur har viktstyrkan 0.79 relativt



Den idealiserade utslagsgeometrin

Fig. 6.

gummidynamit eller NG. Med en utslagsvinkel α på 150° erhålles omräkningsfaktorn

$$a = 7.72 V_{max} \quad (26)$$

Den spricklängd som svarar mot den maximala försättningen enligt Langefors och Kihlström vid 150° utslagsvinkel blir

$$a = 6.5 \text{ m} \quad (27)$$

De skalade försöksvärdena finns i tabell 5 och diagram 5.

Tabell 1

Borrhålsradiens ursprungsvärde R_I och värden där den icke-reversibla radieökningen ur 5.1 medräknats, R_I^I . $R_O=0.01$ m.

R_I/R_O	1.00	1.26	1.50	1.79	2.00	2.52	3.16	4.00	5.66
R_I^I/R_O	1.65	1.78	1.91	2.08	2.23	2.63	3.21	4.01	5.66

Tabell 2

De linjariserade begynnelsevärdena för trycket p_o^I , volymiteten v_o^I och konstanterna i gaslagen C_e och C_T . Den sistnämnda som ges i (14) beräknad även för den ursprungliga borrhålsradien R_I .

R_I/R_O	1.00	1.26	1.50	1.79	2.00	2.52	3.16	4.00	5.66
p_o^I [kbar]	163.3	36.8	18.7	10.9	8.3	3.7	2.1	1.2	0.6
v_o^I [m^3/kg] $\cdot 10^4$	0.82	3.62	7.13	12.3	16.1	36.2	62.2	106	211
$C_e^I \cdot 10^{-5}$	1.20	1.55	1.74	1.91	2.00	2.29	2.51	2.76	3.09
$C_T^I(R_I^I) \cdot 10^{-5}$	4.00	5.02	5.50	5.85	5.99	6.50	6.66	6.77	6.76
$C_T^I(R_I) \cdot 10^{-5}$	4.74	5.65	5.70	6.16	6.21	6.60	6.70	6.77	6.76

Tabell 3

Gränsen a för sprickfortplantningen dels ur (15), dels ur (16) och i bägge fallen både med och utan hänsyn tagen till borrhålsrandens deformation. a i [m]

R_I/R_O	1.00	1.26	1.50	1.79	2.00	2.52	3.16	4.00	5.66
$a(R_I)$ ur (15)	2.66	2.55	2.14	1.53	1.31	0.98	0.69	0.45	0.23
$a(R_I^I)$ ur (15)	0.86	1.16	1.22	1.17	1.08	0.88	0.67	0.45	0.23
$a(R_I)$ ur (16)	101.2	123.8	135.3	145.8	151.2	168.7	181.4	194.9	212.8
$a(R_I^I)$ ur (16)	101.0	123.7	135.5	145.8	151.2	168.7	181.4	194.9	212.8

Tabell 4

Gränsen a för sprickfortplantningen ur (15a) för $n = 2$ och 3.5 med hänsyn tagen till borrhålsrandens deformation. a i [m]

R_I/R_O	1.00	1.26	1.50	1.79	2.00	2.52	3.16	4.00	5.66
$a(R_I^I), n=2$	2.76	3.64	3.86	3.78	3.57	3.05	2.41	1.68	0.88
$n=3.5$	5.62	7.24	7.75	7.80	7.56	6.89	5.85	4.39	2.51

Tabell 5

Spricklängdsvärden a erhållna genom skalning av Misterhultsförsöken, /1/. D betecknar håldiametern.

D [mm]	12	22	29	45
R_I/R_O	1.09	2.00	2.54	4.09
V [m]	0.6	0.9	0.6	0.3
a [m]	4.63	6.95	4.63	2.32

6. Diskussion av resultaten

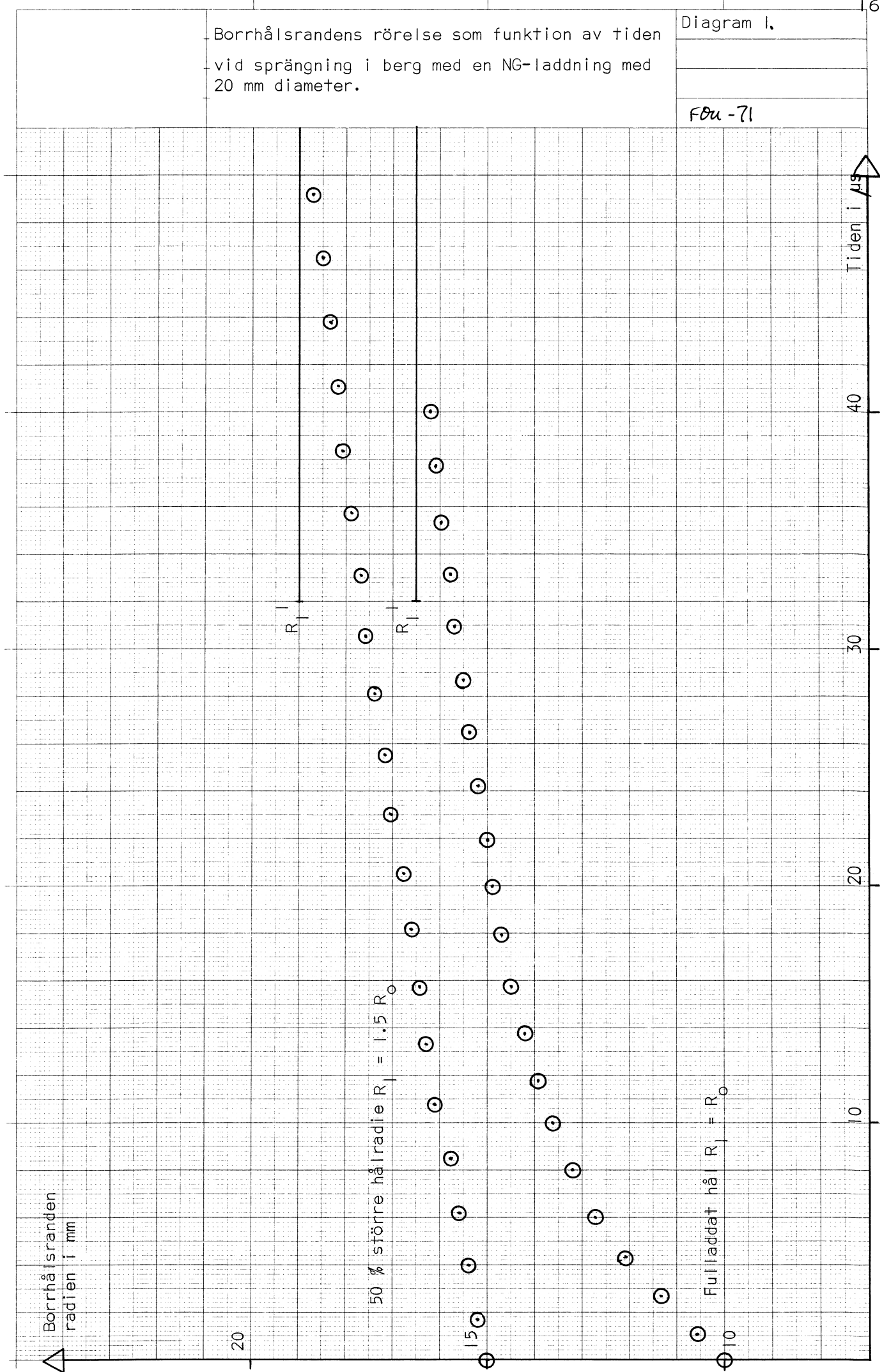
Värden i tabell 3 på spricklängden och diagram 3 och 4 visar att av de två alternativen dels gas av konstant tryck i hela sprickan dels gas enbart i borrhålet ger det sista den klart bästa överensstämmelsen med resultaten från Misterhultsförsöken som finns i tabell 5. Dessutom uppvisar den kurvan där hänsyn tas till spränggaserna initialförluster samma principiella utseende som dessa resultat. I diagram 5 finns de skalade Misterhultsvärdena inritade mellan de två kurvor som erhålls om gasen antas tränga in i sprickan ett stycke som är 2 och 3.5 ggr borrhålsradien. Överensstämmelsen är trots skillnader i förutsättningarna anmärkningsvärt god, nämligen att:

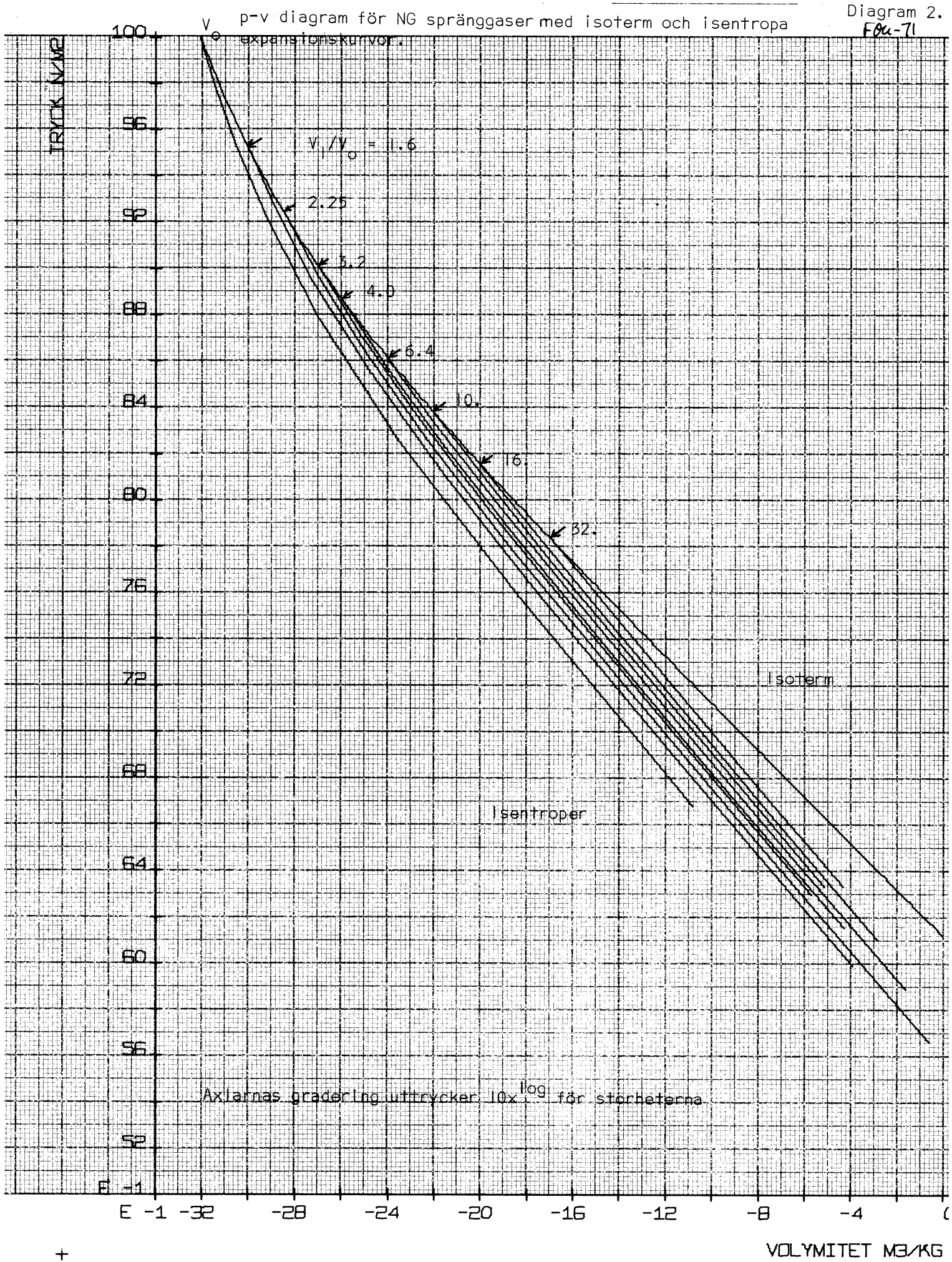
1. De beräknade resultaten gäller hur långt en plan spricka fortplantas i ett oändligt material medan Misterhultsvärdena ursprungligen gäller den maximala försättningen vid pallsprängning. Utslagsgeometrin varierar från skott till skott men en noggrannare skalning än (26) är knappast motiverad då osäkerheten i de beräknade värdena är stor.
2. Den osäkerheten beror dels på att den använda sprickfortplantningsmodellen är kvasistatisk dels på osäkerheten i ingående materialvärden som gäller för norit i stället för granit, vilket användes vid Misterhultsförsöken.
3. Inverkan av axiellt gasläckage torde vara liten då alla skotten var väl fördämda. I räkningarna förutsätts sprängämnet vara jämnt fördelat efter hållängden. I praktiken var c:a 30% av pallhöjden fördämd.
4. Storheten n som är ett mått på hur långt gasen trängt in i spricksystemet är mycket liten. Detta står i direkt motsats till modellen /3/ där berget anses allsidigt komprimerat av gasen. Värdet på n varierar inte heller mycket då Misterhultsvärdena ligger mellan kurvorna för $n = 2$ och $n = 3.5$.
5. Uppskattningen av borrhålets icke-reversibla volymökning bygger på dynamiska räkningar för granit med "statiska" hållfasthetsvärden och är en extrapolering på endast två punkter. Värdena är dessutom osäkra såtillvida att räkningarna inte sträcker sig längre än 50 μ s i tiden. Borrhålsrandens hastighet är då mindre än 10% av initialhastigheten /6/.

En jämförelse mellan kurvorna i diagram 3 ger att om det vore möjligt att undvika spränggasernas initialförluster skulle man kunna öka den maximala försättningen avsevärt. För ett normalt sprängämne där energin frigörs moment i samband med detonationen blir trycket så högt att förlusterna är oundvikliga. En möjlighet att undvika dem vore att använda ett sprängämne där energin frigörs långsammare men hur detta inverkar på sprickinitieringen är inte klart.

Som resultat av beräkningen och diskussionen kan sägas att för sprängning i homogent berg gäller att:

1. Den använda modellen för sprickutbredningen kring ett borrhål ger en god kvantitativ uppskattning av hur den maximala försättningen vid pallsprängning med fri botten och konstant laddningsdiameter varierar med borrhålsdiametern om spränggaserna antas stanna närmast borrhålet under sprickutbredningen.
2. Den maximala försättningen beror på olika egenskaper hos bergsmaterialet nämligen dels stötvågs- och deformationsegenskaperna som bestämmer spränggasernas initialförluster och dels brottsegheten vilken är ett mått på energibalansen i sprickspetsarna och som därför bestämmer spricklängden.
3. För bergartsklassificering vore det alltså värdefullt att bestämma brottsegheten för olika bergarter eftersom den maximala försättningen direkt kan relateras till denna fysikaliska egenskap hos berget. Detta kan göras med metoder som används i den linjära brottmekaniken.

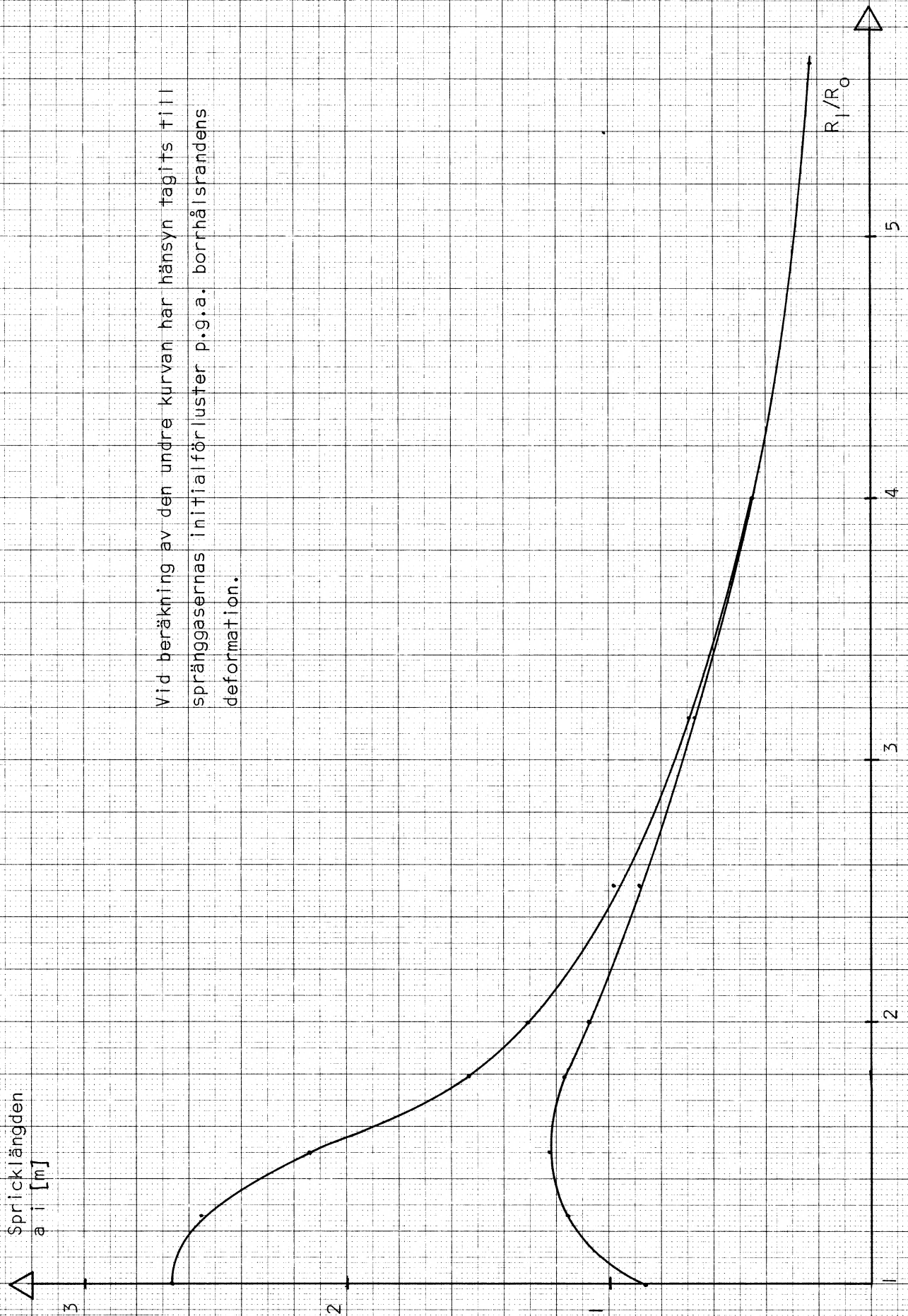




Spricklängdens variation med borrhålsdiametern vid konstant laddningsdiameter när spränggaserna stannar i borrhålet.

Diagram 3.

F0a-71



Spricklängdens variation med borrhålsdiameter vid konstant laddningsdiameter för en gasfylld spricka.

Diagram 4.

F02u - 71

Spricklängden
a [m]

R_1/R_0

Borrhålsrandens deformation påverkar inte spricklängden nämnvärt när spränggaserna antas fylla ut sprickan helt och hållet.

200

100

5

4

3

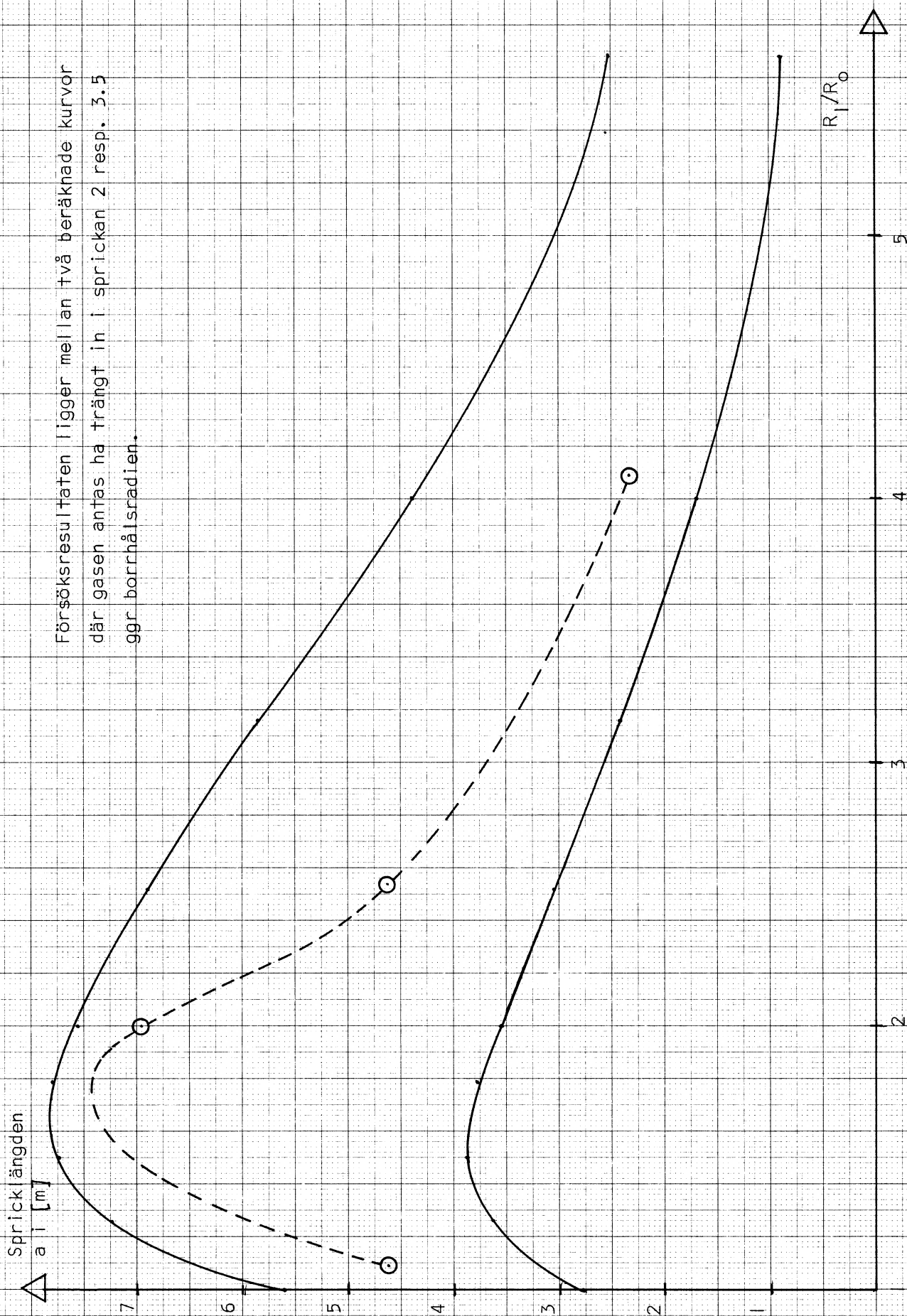
2

1

Spricklängdens variation med borrhålsdiametern vid konstant laddningsdiameter.

Diagram 5.

f_{0u} - 71

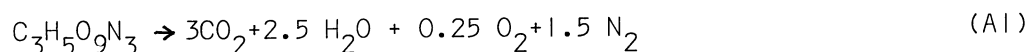


Appendix

1. Tillståndsekvationerna för nitroglycerins reaktionsprodukter

Framställningen bygger helt på J. Taylors bok "Detonation in Condensed Explosives" /12/.

P.g.a. syreöverskottet i nitroglycerin (NG) kan reaktionsprodukternas sammansättning oberoende av tryck och temperatur skrivas, se s 101



Molvikten för NG erhålles ur

$$M_{\text{NG}} \cdot \sum n_i = \sum n_i \cdot M_i \quad (\text{A2})$$

Värdeparet (M_i, n_i) anger molvikt och antal mol för resp. reaktionsprodukter. Insättning av data ger

$$M_{\text{NG}} = 31.3 \text{ kg/kmol} \quad (\text{A3})$$

Med utgångspunkt från en tillståndsekvation (TE) av Boltzmann-typ som för låga tryck kan skrivas, R_M är gaskonstanten /kg,

$$\begin{cases} p v = R_M \cdot T \cdot \phi(v) \\ \phi(v) = 1 + \frac{b}{v} + 0.625 \left(\frac{b}{v}\right)^2 + 0.287 \left(\frac{b}{v}\right)^3 + 0.193 \left(\frac{b}{v}\right)^4 \dots \end{cases} \quad (\text{A4})$$

förknippas b med den andra virialkoefficienten i stället för van der Waal's kovolymskonstant. b beräknas ur ett lineariserat uttryck av typen (A2), se s 101, 98 och 38. Detta ger

$$\begin{cases} b = 0.834 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg} \\ \phi(v) = 1 + \frac{0.834 \cdot 10^{-3}}{v} + \frac{0.435 \cdot 10^{-6}}{v^2} + \frac{0.167 \cdot 10^{-9}}{v^3} + \frac{0.093 \cdot 10^{-12}}{v^4} \end{cases} \quad (\text{A5})$$

Uttrycken (A4) och (A5) definierar den termiska tillståndsekvationen.

Taylor anger att metoden är något osäker men den enklaste som konsistent med Boltzmann's modell ger rätt värde på koefficienten för v^{-1} termen.

För den kaloriska tillståndsekvationen erhålles då att den inre energin e blir en funktion av endast temperaturen. Detta inses ur reciprocitetsrelationerna vilka erhålles ur termodynamikens första och andra huvudsatser på differentialform, s 97

$$\left(\frac{\partial e}{\partial v}\right)_T = T \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - p = 0 \quad (\text{A6})$$

Insättning av TE ur (A4) ger sista ledet i (A6). Eftersom experimentella undersökningar visar att tryckets inverkan på den specifika värmen vid

konstant volym är liten för temperaturintervall till åtminstone 3000°C, s 43, erhålles definitionsmässigt

$$\left\{ \begin{array}{l} de = \left(\frac{\partial e}{\partial T} \right)_V dT = \left(\frac{dq}{dT} \right)_V dT = C_V dT \\ e - e_0 = \int_{T_0}^T C_V(T) dT \end{array} \right. \quad (A7)$$

Data ur tabell 8 s 44-45 ger den inre energin för reaktionsprodukterna var för sig och ett uttryck liknande (A2) ger sedan den inre energin för blandningen. Avvikelserna från ett lineärt samband är störst vid låga temperaturer, därför anpassas en funktion av formen

$$e(T) = A + B \cdot T + D \cdot e^{C \cdot T} \quad (A8)$$

i minsta kvadratmetodens mening till värdena. Värdet på konstanterna A, B, C och D erhålles som lösningen till det linjära ekvationssystemet

$$\left\{ \begin{array}{l} A + B \langle T \rangle + D \langle e^{CT} \rangle - \langle e(T) \rangle = 0 \\ A \cdot \langle T \rangle + B \langle T^2 \rangle + D \langle T \cdot e^{CT} \rangle - \langle T \cdot e(T) \rangle = 0 \\ A \cdot \langle e^{CT} \rangle + B \langle T e^{CT} \rangle + D \langle e^{2CT} \rangle - \langle e^{CT} \cdot e(T) \rangle = 0 \\ A \langle T \cdot e^{CT} \rangle + B \langle T^2 \cdot e^{CT} \rangle + D \langle T \cdot e^{2CT} \rangle - \langle T \cdot e^{CT} \cdot e(T) \rangle = 0 \end{array} \right. \quad (A9)$$

I detta definieras

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j \quad (A10)$$

Ur de tre första ekvationerna löses A, B och D för något värde på C, $C = C_0$. Med Newton-Raphsons metod bestäms ett nytt värde på C, $C = C_1$ osv. tills skillnaden mellan två värden är tillräckligt liten.

Med beteckningar enligt

$$\left\{ \begin{aligned} S_{1n} &= \frac{\langle T \cdot e(T) \rangle - \langle T \rangle \cdot \langle e(T) \rangle}{\langle T^2 \rangle - \langle T \rangle^2} \\ S_{2n} &= \frac{\langle e^{C_n \cdot T} \cdot e(T) \rangle - \langle e^{C_n \cdot T} \rangle \cdot \langle e(T) \rangle}{\langle T \cdot e^{C_n \cdot T} \rangle - \langle T \rangle \cdot \langle e^{C_n \cdot T} \rangle} \\ r_{1n} &= \frac{\langle T \cdot e^{C_n \cdot T} \rangle - \langle T \rangle \langle e^{C_n \cdot T} \rangle}{\langle T^2 \rangle - \langle T \rangle^2} \\ r_{2n} &= \frac{\langle e^{2C_n \cdot T} \rangle - \langle e^{C_n \cdot T} \rangle^2}{\langle T \cdot e^{C_n \cdot T} \rangle - \langle T \rangle \cdot \langle e^{C_n \cdot T} \rangle} \end{aligned} \right. \quad (A11)$$

Kan konstanterna skrivas

$$\left\{ \begin{aligned} D_n &= \frac{S_{2n} - S_{1n}}{r_{2n} - r_{1n}} \\ B_n &= S_{2n} - r_{2n} \cdot D_n \\ A_n &= e(T) - B_n \cdot T - D_n \cdot e^{C_n \cdot T} \end{aligned} \right. \quad (A12)$$

Så att med den fjärde ekvationen i (A9) som också deriveras

$$\left\{ \begin{aligned} f(C_n) &= A_n \cdot \langle T \cdot e^{C_n \cdot T} \rangle + B_n \langle T^2 \cdot e^{C_n \cdot T} \rangle + D_n \langle T \cdot e^{2C_n \cdot T} \rangle - \langle T \cdot e^{C_n \cdot T} \cdot e(T) \rangle \\ f'(C_n) &= A_n \langle T^2 \cdot e^{C_n \cdot T} \rangle + B_n \langle T^3 \cdot e^{C_n \cdot T} \rangle + D_n \langle T^2 \cdot e^{2C_n \cdot T} \rangle - \langle T^2 \cdot e^{C_n \cdot T} \cdot e(T) \rangle \end{aligned} \right. \quad (A13)$$

rekursivuttrycket för C_{n+1} erhålles som

$$C_{n+1} = C_n - \frac{f(C_n)}{f'(C_n)} \quad n = 0, 1, \dots \quad (A14)$$

Ett datorprogram för denna beräkning har skrivits. Metoden konvergerar långsamt. Räkningarna avbröts när

$$\left| \frac{f(C_n)}{f'(C_n)} \right| \leq 0.001 \quad (A15)$$

Resultaten av beräkningarna redovisas i diagram A1 - A3. Uttrycken för den inre energin resp. det specifika värmet blir, temperaturen i K

$$\left\{ \begin{array}{l} e(T) - e(300) = -1.214 \cdot 10^6 + 1.518 \cdot 10^3 \cdot T + 0.994 \cdot 10^6 e^{-T/1112} [\text{ws/kg}] \\ C_V(T) = 1.518 \cdot 10^3 - 0.5932 \cdot 10^3 \cdot e^{-T/1112} [\text{ws/kg}, ^\circ\text{K}] \end{array} \right. \quad (\text{A16})$$

Det första uttrycket skall jämföras med uttrycket ur /7/

$$\left\{ \begin{array}{l} T(e) = 750 + 0.664 \cdot 10^{-3} e - 450 \cdot e^{-e/1.5 \cdot 10^6} \\ T^{-1}(e) \approx -1.130 \cdot 10^6 + 1.506 \cdot 10^3 \cdot T + \dots \end{array} \right. \quad (\text{A17})$$

För att bestämma temperaturen ur explosionsenergin är den linjära delen tillräcklig. Vid temperaturer på ca 5000°K blir exponentialtermen bidrag försumbart litet.

2. Datorprogram för beräkning av den kaloriska tillståndsekvationen

Programmet HOTEL är skrivet på Fortran för Atlas Copcos dator IBM 1130. En lista på programmet bifogas.

```
// FOR
*NAME HOTEL
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*IOCS(CARD,1132PRINTER,PLOTTER)
  DIMENSION A(20),AS(4)
  COMMON B(5),C(4),X(201),Y(201),AC,AH,AO,AN,NS,ASS,AM,TMIN,TMAX,
1 CO,T(14),L
  DATA A /30.,5*0.,25.,16.,9*1.0/
  DATA AS /3.,2.5,0.25,1.5/
  ASS= 0.
  DO 1 J= 1,4
  ASS= ASS+AS(J)
1 CONTINUE
  READ(2,2) NS,AM,TMIN,TMAX,CO
2 FORMAT(I5,4E10.0)
  DO 3 J= 1,NS
  READ(2,4) AC,AH,AO,AN
4 FORMAT(4E10.0)
  YJ= (AC*AS(1)+AH*AS(2)+AO*AS(3)+AN*AS(4))/ASS
  Y(J)= 4.1854E6/AM*YJ
  X(J)= 273.+FLOAT(J-1)*(TMAX-TMIN)/FLOAT(NS-1)
3 CONTINUE
  A(4)= AMAXV(X,NS)-300.
  A(6)= AMAXV(Y,NS)
  CALL AXLAR(A)
  CALL XTEX(A,16)
  WRITE(7,9)
  CALL YTEX(A,23)
  WRITE(7,10)
  DO 5 J= 1,NS
  YN=Y(J)
  XN= X(J)
  L=0
  CALL PLOT(A,L,XN,YN)
  CALL POINT(0)
5 CONTINUE
  DO 20 K= 1,50
  DO 21 J= 1,14
  T(J)=0.
21 CONTINUE
  DO 22 J= 1,NS
  XJ= X(J)
  YJ= Y(J)
  EX= EXP(CO*XJ)
  T(1)= T(1)+XJ
  T(2)= T(2)+ XJ*XJ
  T(3)= T(3)+XJ*YJ
  T(4)= T(4)+XJ*EX
  T(5)= T(5)+XJ*XJ*EX
  T(6)= T(6)+XJ*EX*EX
  T(7)= T(7)+XJ*EX*YJ
  T(8)= T(8)+XJ**3*EX
  T(9)= T(9)+(XJ*EX)**2
  T(10)= T(10)+XJ*XJ*EX*YJ
  T(11)= T(11)+YJ
  T(12)= T(12)+YJ*EX
  T(13)= T(13)+EX
  T(14)= T(14)+EX*EX
22 CONTINUE
  DO 23 J= 1,14
  T(J)= T(J)/FLOAT(NS)
```

PAGE 3

```

23  CONTINUE
    SA= (T(3)-T(1)*T(11))/(T(2)-T(1)**2)
    SB= (T(12)-T(11)*T(13))/(T(4)-T(1)*T(13))
    RA= (T(4)-T(1)*T(13))/(T(2)-T(1)**2)
    RB= (T(14)-T(13)**2)/(T(4)-T(1)*T(13))
    B(3)= (SA-SB)/(RA-RB)
    B(2)= SB-RB*B(3)
    B(1)= T(11)-B(2)*T(1)-B(3)*T(13)
    F= B(1)*T(4)+B(2)*T(5)+B(3)*T(6)-T(7)
    DF= B(1)*T(5)+B(2)*T(8)+2.*B(3)*T(9)-T(10)
    DIF= F/DF/CO
    IF(ABS(DIF)-0.001) 25,25,24
24  CO= CO-F/DF
    WRITE(3,30) CO
30  FORMAT(1X,E12.4)
20  CONTINUE
    WRITE(3,26)
26  FORMAT(1X,'INGEN KONVERGENS')
25  B(5)= CO*B(3)
    B(4)= -1./CO
    B(1)= B(1)-Y(1)
    WRITE(3,7) B
7   FORMAT(1X,5E12.4)
    DO 8 J= 1,201
    X(J)= FLOAT(J-1)*(TMAX-TMIN)/200.
    P= X(J)
    Y(J)= B(1)+B(2)*P
8   CONTINUE
    A(4)= X(201)
    A(5)= Y(1)
    A(6)= Y(201)
    CALL AXLAR(A)
    CALL XTEX(A,16)
    WRITE(7,9)
9   FORMAT('GASTEMPERATUR &K')
    CALL YTEX(A,23)
    WRITE(7,10)
10  FORMAT('SPEC. INRE ENERGI WS/KG')
    CALL LINJE(X,Y,201)
    DO 15 J= 1,201
    P= X(J)
    Y(J)= Y(J)+B(3)*EXP(-P/B(4))
15  CONTINUE
    CALL LINJE(X,Y,201)
    CALL FCHA2(300.,0.9*A(6),0.25,0.25,0.)
    WRITE(7,11) (B(I), I= 1,4)
11  FORMAT('E(T)=',E11.4,'+',E11.4,'*T +',E11.4,'*EXP(-T/',F6.0,')')
    DO 12 J= 1,201
    P= X(J)
    Y(J)= B(2)-B(5)*EXP(-P/B(4))
12  CONTINUE
    A(5)= 0.
    A(6)= Y(1)
    CALL AXLAR(A)
    CALL XTEX(A,16)
    WRITE(7,9)
    CALL YTEX(A,20)
    WRITE(7,13)
13  FORMAT('SPEC. VARME WS/KG,&K')
    CALL LINJE(X,Y,201)
    CALL FCHA2(300.,0.5*A(6),0.25,0.25,0.)
    WRITE(7,14) B(2),B(5),B(4)
14  FORMAT('CV(T)=',E11.4,E11.4,'*EXP(-T/',F6.0,')')
    STOP
    END

```

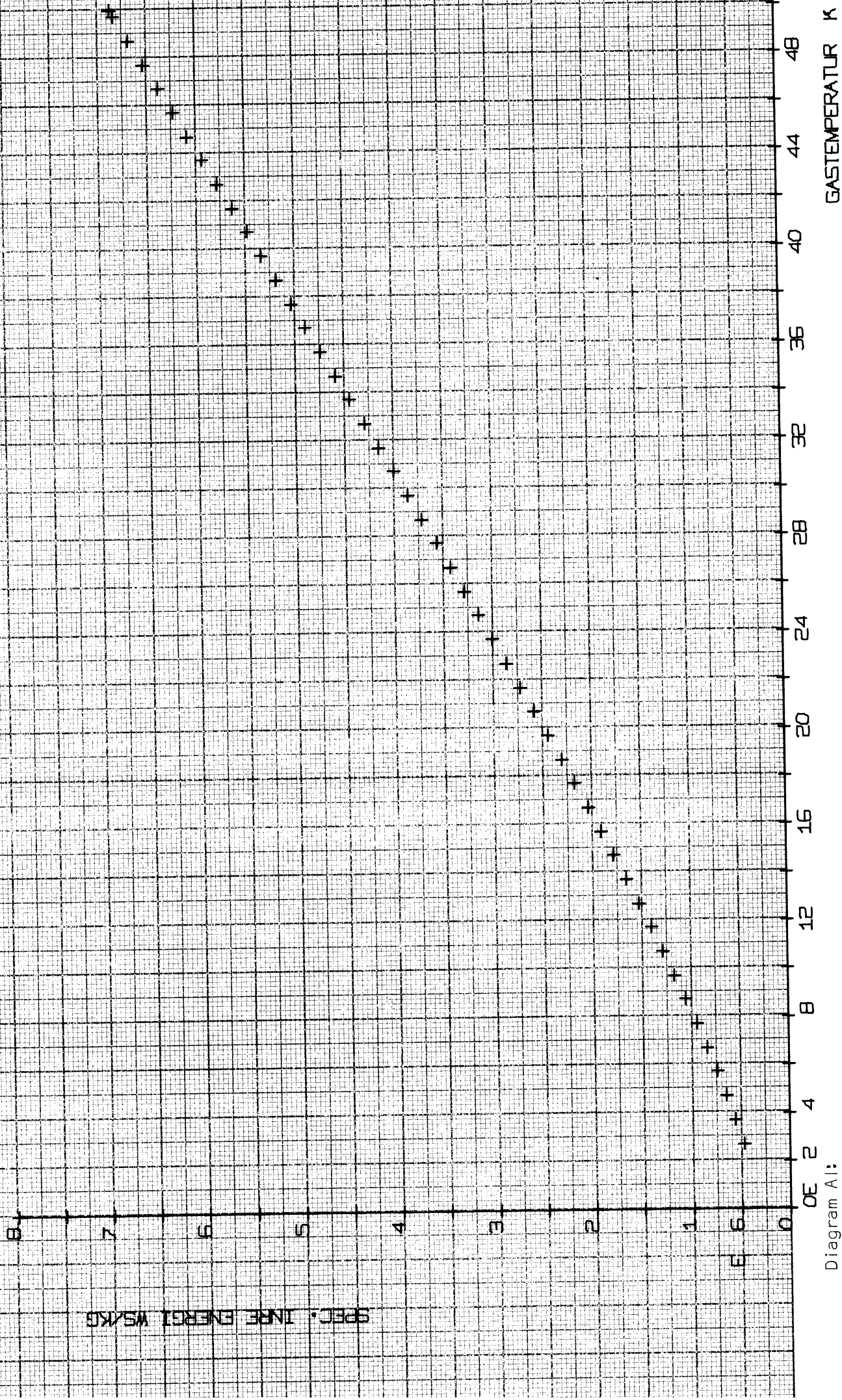


Diagram A1:

* Den spec. inre energin för NG-spränggaserna som funktion av temperaturen enl. Taylor.

SPEC. INRE ENERGI W5/KG

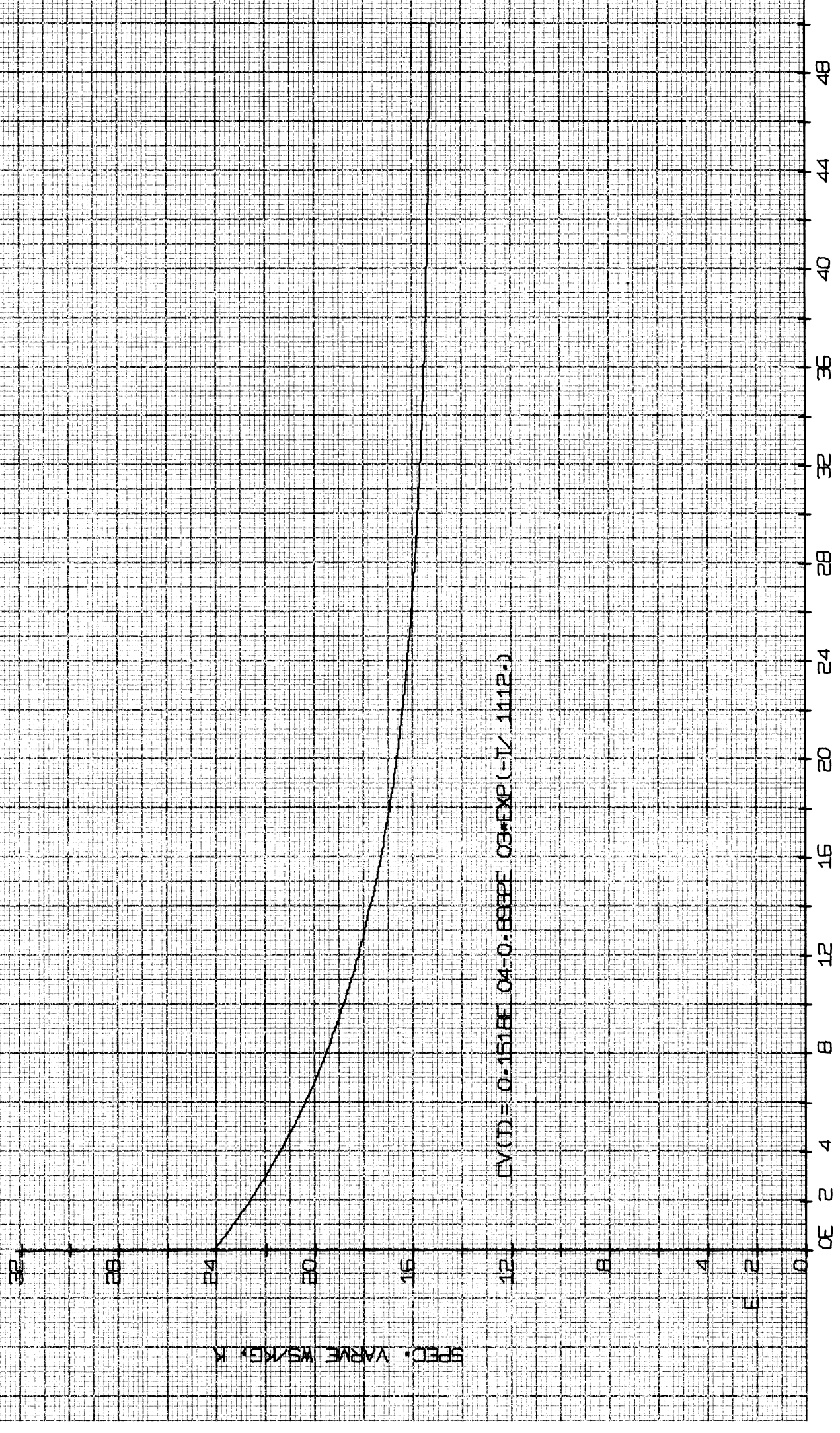
$$E(T) = -0.1191E 07 + 0.1518E 04 \cdot T + 0.9888E 05 \cdot \exp(-T / 1112.)$$

Diagram A2:

* Det till värdena i diagram A1 anpassade uttrycket $e(T)$ och en asymptot.

GASTEMPERATUR K

A8



CV(T) = 0.151E 04 - 0.893E 03 * EXP (-T/ 111P.)

Diagram A3:

Det spec. värmets för NG-spränggaserna som funktion av temperaturen, $C_v(T)$.

LITTERATUR

1. Persson, P.A.
Ladegaard-Pedersen, A.,
Kihlström, B. The Influence of the Borehole Diameter on the Rock Blasting Capacity of an Extended Explosive Charge.-
Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Vol 6(1969)
s. 277-284.
2. Persson, P.A.
Ladegaard-Pedersen, A.,
Kihlström, B. Sprängningsresultatens beroende av håldiameter och hålsättning vid pallsprängning.-
SSDF rapport DL 1968:17.
3. Johansson, C.H. Berglossningsmekanismen vid pallsprängning.-
SSDF rapport DL 1968:27.
4. Ouchterlony, F. Uppskattning av sprickutbredningen kring ett borrhål.-
SSDF rapport DS 1970:49.
5. Ouchterlony, F. Betydelsen av gasens fördelning i en plan spricka.-
SSDF rapport DS 1970:50.
6. Persson, P.A., Lundborg, N.,
Asklöf, C.A., Nylander, Å. Beräkning av spänningsförlopp i berg vid sprängning i borrhål.-
SSDF rapport DL 1969:10.
7. Asklöf, C.A., Nylander, Å. Cylindriskt och sfäriskt symmetriska vågutbredningsförlopp i bergmaterial.-
FOA 2 rapport nr C2286-44,(1968).
8. Abramowitz, M., Stegun, I.A., ed. Handbook of Mathematical Functions.-
Dover, N.Y. (1965)och(1968).
9. Persson, P.A., Lundborg, N.,
Johansson, C.H. The Basic Mechanisms in Rock Blasting.-
Proc. of the Sec. Congr. on the Int. Soc. for Rock Mechanics, Subject 5 nr 3, Beograd (1970).
10. Ouchterlony, F. Brottmekanik och sprickor i berg.-
SSDF rapport DS 1970:48.
11. Selberg, H. Transient compression waves from spherical and cylindrical cavities.-
Arkiv Fysik Band 5 nr 7,(1952).
12. Taylor, J. Detonation in condensed explosives.-
Oxford at the Clarendon Press (1952).
13. Langefors, U., Kihlström, B. The Modern Technique of Rock Blasting.-
Almqvist & Wiksell AB, Stockholm(1967).

SSDF betyder Stiftelsen Svensk Detonikforskning.