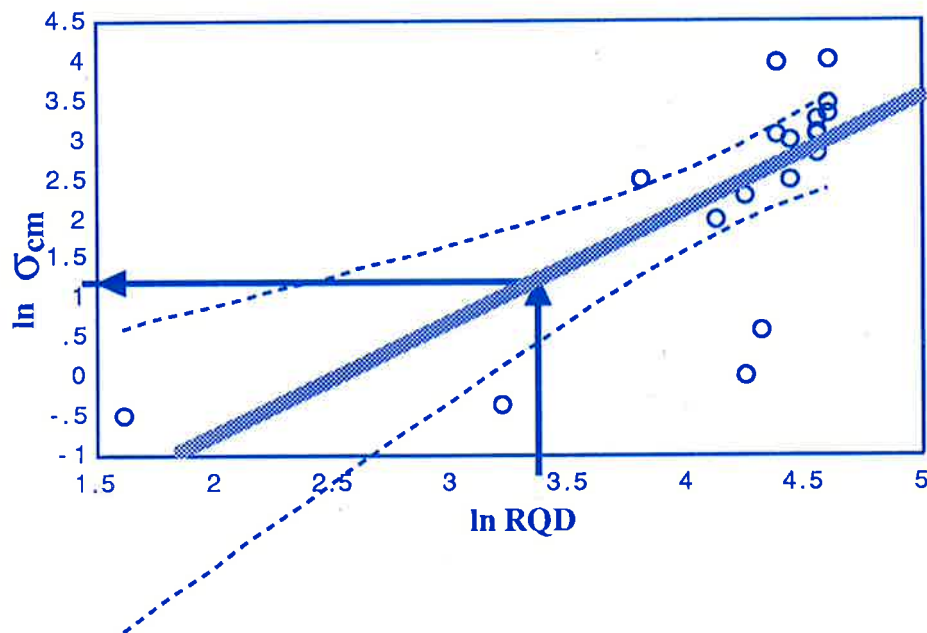


BeFo



Bergklassificering med hjälp av regressionsanalys

Lars Olsson
Lars Rosengren
Håkan Stille

Stiftelsen Bergteknisk Forskning – BeFo
Swedish Rock Engineering Research Foundation

Bergklassificering med hjälp av regressionsanalys

Rock classification based on regression analysis

Lars Olsson, TYRÉNS

Lars Rosengren, Itasca Geomekanik

Håkan Stille, Inst för Jord- och bergmekanik, KTH

**Stiftelsen Bergteknisk Forskning – BeFo
Swedish Rock Engineering Research Foundation
Stockholm 1992**

ISRN BEFO--92/210-1--SE

FÖRORD

Etablerade metoder för att värdera bergmassors egenskaper ur bergteknisk synvinkel är främst baserade på sammanställningar av erfarenhetsdata från ett stort antal berganläggningar.

Det s k Q-systemet, utarbetat av Barton m fl samt Bieniawskis "Rock Mass Rating" (RMR) används regelmässigt som hjälp för bedömning av förstärkningsåtgärder mm. För indata till direkta dimensioneringsberäkningar ger Q- resp RMR-värden vissa anvisningar, men en mera strikt bestämning av hållfasthetsparametrar skulle ofta vara önskvärd för att öka tillförlitligheten hos beräkningsresultaten.

Projektet *bergklassificering med hjälp av regressionsanalys* har genomförts under ledning av professor Håkan Stille vid Institutionen för Jord och Bergmekanik på KTH. Lars Rosengren har i huvudsak svarat för datainsamling och bearbetning medan Lars Olsson har gjort den statistiska utvärderingen. Projektet har syftat till att pröva i vilken mån en statistisk bearbetning av normalt tillgängliga data kan öka kvaliteten på de parametrar som används vid dimensioneringen. Undersökningen har visat att metoden som sådan är användbar, men att man skulle behöva en större datamängd än den som varit tillgänglig för att uppnå statistiskt sett tillförlitliga resultat. Det betonas också att utvärderingen måste grundas på ett bergmekaniskt kunnande.

Stockholm i april 1992

Tomas Franzén

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

1	INLEDNING	1
2	KLASSIFICERINGSMETODERNAS MÖJLIGHET ATT BESTÄMMA BERGMASSANS EGENSKAPER	3
2.1	RQD-metoden (Rock Quality Designation)	3
2.2	RMR-metoden (Rock Mass Rating)	4
2.3	RMS-metoden (Rock Mass Strength)	7
2.4	Q-metoden (NGI Tunnelling Quality Index)	9
2.5	Övriga klassificeringssystem	13
2.6	Samband och jämförelse mellan olika klassi- ficeringsmetoder	17
2.7	Diskussion om bergklassificeringssystem	21
3	INGÅNGSDATA TILL STATISTISK MODELL	24
3.1	Viktiga parametrar	24
3.1.1	Lista på använd allmän geologisk information	24
3.2	Studerade "Case"	32
4	STATISTISK TEORI	35
4.1	Avsikt	35
4.2	Krav på indata	35
4.3	Regressionsanalys.	37
4.4	Sammanfattning av principer för linjär regression	39
4.5	Hur noggrann är modellen	41
4.6	Val av antal variabler i modellen.	47
4.7	Sammanfattning	50

5	STATISTISKA SYNPUNKTER PÅ MATERIALET	52
5.1	Inledning	52
5.2	Typer av mätvärden.	53
5.3	Transformeringar	53
6	BERÄKNINGAR	56
6.1	Programvara	56
6.2	Utförda beräkningar	56
7	BERÄKNINGSRESULTAT	57
7.1	Beskrivande statistik. Samtliga parametrar	57
7.2	Korrelation mellan parametrarna	57
7.3	Regressionsanalys.	59
7.4	Statistisk analys av utvalda parametrar	60
7.4.1	Korrelationsanalys	60
7.4.2	Stepwise regression	62
7.5	Analys av transformerade graderingsvariabler.	64
7.6	Analys utan outliers	65
7.7	Regressionsanalys av variabler som transformerats på bergmekanisk grund	67
7.8	Vald modell	74
8	SLUTSATSER	77
9	SUMMARY	79
BILAGOR		
Bilaga 1	Sammanställning av ingångsdata	1
Bilaga.2	Referenslista över studerade case	2
Bilaga 3	Statistisk modell: linjär regression	6

Bilaga 4 Dummyvariabler.....	14
Bilaga 5 Formler för beräkning av konfidens- intervall för enstaka utfall.....	16
Bilaga 6 Histogram över ingående parametrar.....	17
Bilaga 7 Enkel regressionsanalys.....	23
Bilaga 8 Transformerade variabler.....	32
Bilaga 9 Regressionsanalys utan outliers.....	33
Litteraturreferenser.....	38

1 INLEDNING

Bergmassans komplexa natur gör det svårt att förutsäga dess egenskaper och därmed dess beteende i olika situationer.

I dag finns det olika metoder att uppskatta bergmassans hållfasthets- och deformationsegenskaper. Gemensamt för dessa är att de mer eller mindre baserats på erfarenheter och subjektiva bedömningar som formulerats till empiriska samband.

Under de senaste decennierna har det utvecklats ett antal datorbaserade hjälpmedel för att beräkna stabilitet och deformationer vid bergbyggande. Dessa hjälpmedel utgörs av numeriska beräkningsprogram av typen Finita Element Metoden (FEM), Finita Differens Metoden (FDM), Boundary Element Metoden (BEM) eller hybrider av dessa. För att dessa beräkningsprogram skall kunna utgöra kraftfulla hjälpmedel vid projektering av en berganläggning eller gruva, måste de indata man ger vara bestämda på ett sådant sätt att man vet att sätta tilltro till beräkningarna.

Talesättet att "en beräkning aldrig kan bli bättre än de indata man ger den" är väl inarbetad bland modellere. En naturlig följdfråga till detta påstående är: Hur bra är indata?

Det är ofta svårt och ibland omöjligt att få ett tillräckligt antal direkta bestämningar av bergmassans deformations- och hållfasthetsparametrar. En möjlighet kan då vara att indirekt skatta dessa ur andra mer lättbedömda parametrar och allmän geologisk information om berggrunden.

Vi har i denna rapport studerat just denna möjlighet: att ur olika data som kan vara tillgängliga skapa ett uttryck för bestämning av bergmassans hållfasthet och deformationsmodul.

Vår ambition har varit att detta uttryck skall vara baserat på en stringent analys av ingående data, samt att det skall vara möjligt att ge ett mått på hur bra man kan göra en bestämning av den sökta storheten.

Man kan se det som en mer stringent form av att söka ett empiriskt samband.

Den använda metodiken kan sammanfattas i följande steg:

- 1) Upprättande av en lista över allmän geologisk information.
- 2) Bestämning av de aktuella parametrarna ur väl dokumenterade "case".
- 3) Värdering av de studerade fallens kvalitet.
- 4) Tillämpning av statistiska metoder för att finna samband mellan de sökta parametrarna och den allmänna geologiska informationen.
- 5) Värdering av metodiken.

2 KLASSIFICERINGSMETODERNAS MÖJLIGHET ATT BESTÄMMA BERGMASSANS EGENSKAPER

Ett ofta använt sätt att uppskatta bergmassans hållfasthet och deformationsegenskaper är att utnyttja sk bergklassificeringssystem. Genom att använda dess system kan olika allmängeologisk information sammanvägas och sedan översättas till hållfasthet och deformationsmodul. Systemens uppbyggande är helt subjektiv och baseras på upphovsmännens egna erfarenheter.

I följande avsnitt redovisas de vanligast förekommande bergklassificeringssystemen.

2.1 RQD-metoden (Rock Quality Designation)

RQD-metoden är ett kvantitativt indexsystem av bergmassans kvalitet som grundas på upptagna bergkärnor från kärnbörning. Metoden lanserades 1964 av Deere. Deere föreslog följande relation mellan RQD-värdet och bergmassans kvalitet:

RQD	Rock Quality
<25	very poor
25-50	poor
50-75	fair
75-90	good
90-100	very good

RQD-index definieras som summan av ostörda kärnbitar längre än 100 mm räknade i procent av den teoretiskt betraktade kärnlängden, även inkluderande eventuella kärnförluster.

$$RQD(\%) = 100 \times \frac{\sum \text{längd av hela kärnbitar} > 100 \text{ mm}}{\text{kärnlängd}}$$

I vår vetenskap finns inget direkt samband mellan RQD och bergmassans hållfasthet publicerat. Däremot ingår RQD som en parameter i flera andra klassificeringssystem.

Någon entydig relation mellan RQD-index och bergmassans deformationsmodul finns ej redovisad. Det empiriska sambandet mellan kvoten av bergmassans och bergartens elasticitetsmodul (Bieniawski, 1978) kan därför endast användas för en grov uppskattning av bergmassans deformationsmodul (Fig. 2.1).

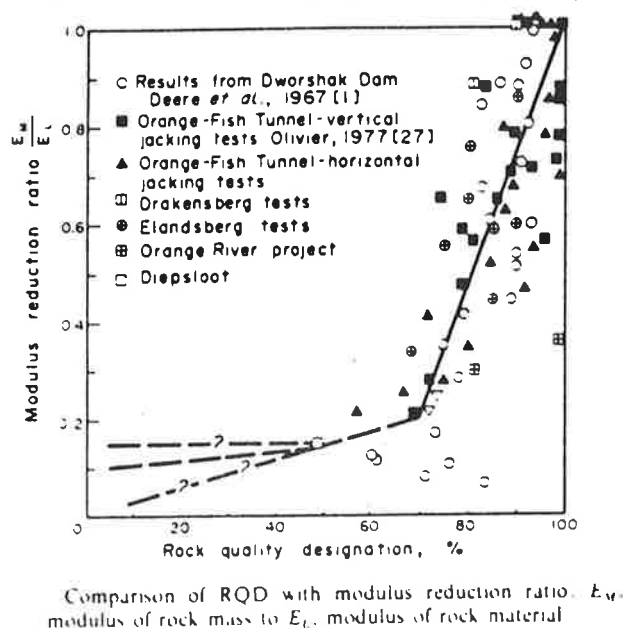


Fig. 2.1 Samband mellan RQD och kvoten mellan bergmassans och bergartens deformationsmodul (Bieniawski, 1978).

2.2 RMR-metoden (Rock Mass Rating)

Bieniawski (1979) har föreslagit ett klassificeringssystem som tar hänsyn till sex olika parametrar. Dess parametrar har erfarenhetsmässigt tilldelats en viss poäng och den sammanlagda poängsumman ger bergmassans RMR-värde.

Följande faktorer ingår i RMR:

- 1) Bergartens hållfasthet
- 2) RQD-värde
- 3) Sprickavstånd
- 4) Sprickornas utseende
- 5) Grundvattenförhållande
- 6) Sprickriktning och orientering

Fig. 2.2 visar vilka faktorer som ingår i RMR-värdet och hur de poängsätts. Vidare framgår också vilken bergklass ett visst RMR-värde ger.

A. CLASSIFICATION PARAMETERS AND THEIR RATINGS						
PARAMETER		RANGES OF VALUES				
1	Strength of intact rock material	Point-load strength index Uniaxial compressive strength	> 10 MPa > 250 MPa	4 - 10 MPa 100 - 250 MPa	2 - 4 MPa 50 - 100 MPa	1 - 2 MPa 25 - 50 MPa
	Rating		15	12	7	4
						For this low range - uniaxial compressive test is preferred
2	Drill core quality RQD		80% - 100%	75% - 90%	50% - 75%	25% - 50%
	Rating		20	17	13	8
3	Spacing of discontinuities		> 2 m	0.6 - 2 m	200 - 600 mm	80 - 200 mm
	Rating		20	15	10	5
4	Condition of discontinuities		Very rough surfaces Not continuous No separation Unweathered small rock	Slightly rough surfaces Separation < 1 mm Slightly weathered walls	Slightly rough surfaces Separation < 1 mm Highly weathered walls	Slackened surfaces OR Gouge < 5 mm thick OR Separation 1-5 mm Continuous
	Rating		30	25	20	10
5	Ground water	Inflow per 10 m tunnel length	None	< 10 litres/min	10-25 litres/min	25 - 125 litres/min
		Ratio $\frac{\text{point load strength}}{\text{major principal stress}}$	OR 0	OR 0.0-0.1	OR 0.1-0.2	OR 0.2-0.5
		General conditions	Completely dry	Damp	Wet	Dripping
	Rating		15	10	7	4

B. RATING ADJUSTMENT FOR JOINT ORIENTATIONS					
Strike and dip orientations of joints		Very favourable	Favourable	Fair	Unfavourable
Rating	Tunnels	0	-2	-5	-10
	Foundations	0	-2	-7	-15
	Slopes	0	-5	-25	-50

C. ROCK MASS CLASSES DETERMINED FROM TOTAL RATINGS					
Rating	100 - 81	80 - 61	60 - 41	40 - 21	< 20
Class No	I	II	III	IV	V
Description	Very good rock	Good rock	Fair rock	Poor rock	Very poor rock

D. MEANING OF ROCK MASS CLASSES					
Class No	I	II	III	IV	V
Average stand-up time	10 years for 15 m span	6 months for 8 m span	1 week for 5 m span	10 hours for 2.5 m span	30 minutes for 1 m span
Cohesion of the rock mass	> 400 kPa	300 - 400 kPa	200 - 300 kPa	100 - 200 kPa	< 100 kPa
Friction angle of the rock mass	> 45°	35° - 45°	25° - 35°	15° - 25°	< 15°

Table 2.

The Effect of Discontinuity Strike and Dip Orientations in Tunneling.

Strike perpendicular to tunnel axis				Strike parallel to tunnel axis		Dip 0° - 20° irrespective of strike
Drive with dip		Drive against dip				
Dip 45°-90°	Dip 20°-45°	Dip 45°-90°	Dip 20°-45°	Dip 45°-90°	Dip 20°-45°	
Very favourable	Favourable	Fair	Unfavourable	Very unfavourable	Fair	Unfavourable

Fig. 2.2 Bergklassificering enligt Bieniawski (1979).

I tabellsektion D i fig. 2.2 uttrycks bergmassans hållfasthet med hjälp av parametrarna cohesion (C) och inre friktionsvinkeln (ϕ).

Om sambandet

$$\sigma_m = \frac{2C \cos \phi}{1 - \sin \phi}$$

utnyttjas i kombination med tabell 2.1 nedan, erhålls värden för bergmassans enaxiella tryckhållfasthet.

Tabell 2.1 C och ϕ beroende på bergklass och RMR-värde

Klass och RMR-värde	I	II	III	IV	V
	100-81	80-61	60-41	40-21	<20
Bergmassans tryckhållfasthet, MPa	>1.9	1.5	0.9	0.4	<0.3
C, Kohesion, MPa	>0.4	0.4-0.3	0.3-0.2	0.2-0.1	<0.1
ϕ , Friktionsvinkel	>45°	45 - 35	35 - 25°	15°-25°	<15°

Bakgrunden till tabellen är erhållna värden på bergmassans hållfasthet från i första hand kolgruvor, dvs berg av låg kvalitet och de innehåller dessutom en effekt av hög belastning. Uppskattning av bergmassans hållfasthet med RMR-metoden ger enligt Stille et al (1982) en underskattning av hållfastheten, speciellt för berg med bättre kvalitet.

I fig. 2.3 redovisas ett samband mellan RMR-värdet och bergmassans deformationsmodul (Bieniawski, 1978).

Av figuren framgår att deformationsmodulen låter sig beräknas endast för RMR-värden större än ca 50, vilket motsvarar bergmassa från mitten av klass III och bättre (se tabell 2.1).

Genom kompletterande analys av sambandet mellan RMR-värdet och bergmassans deformationsmodul föreslår Stille (1982) följande relationer:

$$E_m = 2 \times \text{RMR} - 100 \quad (\text{GPa}) \text{ då } \text{RMR} > 52$$

$$E_m = 0.05 \times \text{RMR} \quad (\text{GPa}) \text{ då } \text{RMR} < 52$$

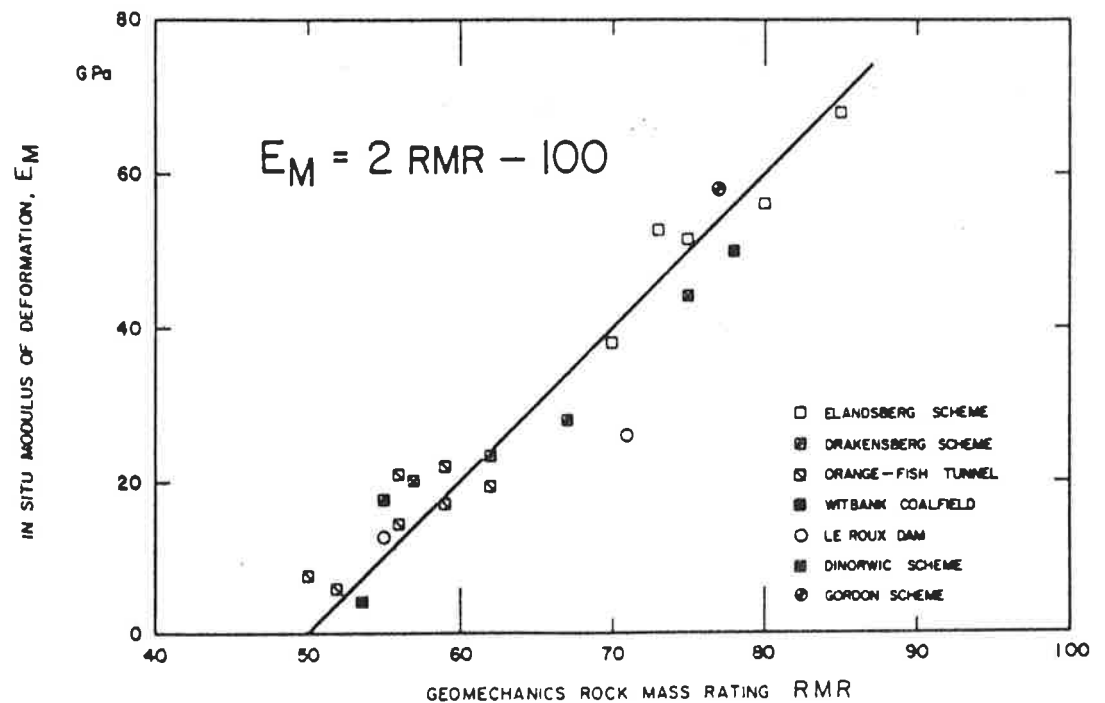


Fig. 2.3 Samband mellan RMR-värdet och bergmassans deformationsmodul (Bieniawski, 1978)

2.3 RMS-metoden (Rock Mass Strength)

Stille (1982) föreslår ett klassificeringssystem som grundar sig på RMR-systemets fem första punkter. Stille menar att den 6:e punkten i RMR-systemet, sprickriktning och orientering, i princip är felaktig, eftersom hållfastheten inte beror på sprickorienteringen. Vidare påpekar Stille, att belastningen kan bli mer eller mindre ogynnsam beroende på belastningsriktningen i förhållande till sprickorienteringen. Vid t ex en FEM-analys beaktas

belastningsriktningen i själva beräkningen och skall därför inte beaktas vid bedömning av hållfastheten.

I RMS-systemet görs istället ett tillägg för typ av sprickor och antal spricksystem enligt tabell 2.2 nedan.

Typ av sprick-system	Enskild markant spricka	1 eller 2 spricksystem		Fler än 2 spricksystem
Typ av spricka		Hållfastheten i sprickriktningen	I övrigt	
Genomgående	-15	-15	0	-15
Ej genomgående	- 5	- 5	0	-10

Tabell 2.2

I tabell 2.3 redovisas bergmassans hållfasthet som funktion av RMS-värdet.

RMS-värde		100-81	80-61	60-41	41-20	<20
σ_m , MPa		30	12	5	2.5	0.5
Parametrar i Mohr-Coulombs brottkriterium	ϕ	55°	45°	35°	25°	15°
	c, MPa	4.7	2.5	1.3	0.8	0.2

Tabell 2.3

2.4 Q-metoden (NGI Tunnelling Quality Index)

Genom studier av ett stort antal praktikfall har Barton et al (1974) föreslagit ett index för bestämning av bergmassans kvalitet vid tunnelarbeten. Det numeriska värdet på detta index definieras av:

$$Q = \frac{RQD \times J_r \times J_w}{J_n \times J_a \times SRF}$$

där

RQD = Deere's Rock Quality Designation

J_n = Joint set number

J_r = Joint roughness number

J_a = Joint alteration number

J_w = Joint water reduction factor

SRF = Stress reduction factor

I tabell 2.4 redovisas klassifikationen av varje ingående parameter

För att relatera Q-index till bergmassans uppförande och erforderlig förstärkningsinsats har Barton et al infört ytterligare en kvantitet som kallas utbrytningens ekvivalenta dimension, D_e. Denna dimension fås genom att dividera ytbrytningens spännvidd, diameter eller vägghöjd med "excavation support ratio", ESR.

$$D_e = \frac{\text{utbrytningens spännvidd, diameter eller vägghöjd}}{ESR}$$

ESR relaterar till vad utbrytningen avses att användas till samt till vilken grad av instabilitet som är acceptabel. ESR är ungefär analogt med inversen av säkerhetsfaktorn som används vid design av slänter (Hoek och Bray, 1977).

Förhållandet mellan Q-index och ekvivalenta dimensionen, D_e, visas i fig. 2.4

Description	Value	Notes
1. ROCK QUALITY DESIGNATION RQD		
A. Very poor	0 - 25	1. Where RQD is reported or measured as ≤ 10 (including 0), a nominal value of 10 is used to evaluate Q. 2. RQD intervals of 5, i.e. 100; 95, 90 etc are sufficiently accurate.
B. Poor	25 - 50	
C. Fair	50 - 75	
D. Good	75 - 90	
E. Excellent	90 - 100	
2. JOINT SET NUMBER J_n		
A. Massive, no or few joints	0.5 - 1.0	1. For intersections use $(3.0 \times J_n)$ 2. For portals use $(2.0 \times J_n)$
B. One joint set	2	
C. One joint set plus random	3	
D. Two joint sets	4	
E. Two joint sets plus random	6	
F. Three joint sets	9	
G. Three joint sets plus random	12	
H. Four or more joint sets, random, heavily jointed 'sugar cube', etc	15	
J. Crushed rock, earthlike	20	
3. JOINT ROUGHNESS NUMBER J_r		
a. Rock wall contact and b. Rock wall contact before 10 cms shear.		1. Add 1.0 if the mean spacing of the relevant joint set is greater than 3m. 2. $J_r = 0.5$ can be used for planar, slickensided joints having lineations, provided the lineations are orientated for minimum strength.
A. Discontinuous joints	4	
B. Rough or irregular, undulating	3	
C. Smooth, undulating	2	
D. Slickensided, undulating	1.5	
E. Rough or irregular, planar	1.5	
F. Smooth, planar	1.0	
G. Slickensided, planar	0.5	
c. No rock wall contact when sheared.		
H. Zone containing clay minerals thick enough to prevent rock wall contact.	1.0	
J. Sandy, gravelly or crushed zone thick enough to prevent rock wall contact.	1.0	
4. JOINT ALTERATION NUMBER J_a ϕ_r (approx.)		
a. Rock wall contact.		
A. Tightly healed, hard, non-softening, impermeable filling	0.75	

Tabell 2.4 Q-metodens klassifikation av varje enskild parameter

	J_a	ϕ_r (approx.)	
B. Unaltered joint walls, surface staining only	1.0	(25° - 35°)	
C. Slightly altered joint walls non-softening mineral coatings, sandy particles, clay-free disintegrated rock, etc	2.0	(25° - 30°)	1. Values of ϕ_r , the residual friction angle, are intended as an approximate guide to the mineralogical properties of the alteration products, if present.
D. Silty-, or sandy-clay coatings, small clay-fraction (non-softening)	3.0	(20° - 25°)	
E. Softening or low friction clay mineral coatings, i.e. kaolinite, mica. Also chlorite, talc, gypsum and graphite etc., and small quantities of swelling clays. (Discontinuous coatings, 1-2mm or less in thickness)	4.0	(8° - 16°)	
<i>b. Rock wall contact before 10 cms shear.</i>			
F. Sandy particles, clay-free disintegrated rock etc	4.0	(25° - 30°)	
G. Strongly over-consolidated, non-softening clay mineral fillings (continuous, < 5mm thick)	6.0	(16° - 24°)	
H. Medium or low over-consolidation, softening, clay mineral fillings, (continuous, < 5mm thick)	8.0	(12° - 16°)	
J. Swelling clay fillings, i.e. montmorillonite (continuous, < 5 mm thick). Values of J_a depend on percent of swelling clay-size particles, and access to water	8.0 - 12.0	(6° - 12°)	
<i>c. No rock wall contact when sheared.</i>			
K. Zones or bands of disintegrated	6.0		
L. or crushed rock and clay (see	8.0		
M. G,H and J for clay conditions)	8.0 - 12.0	(6° - 24°)	
N. Zones or bands of silty- or sandy clay, small clay fraction, (non-softening)	5.0		
Q. Thick, continuous zones or	10.0 - 13.0	(6° - 24°)	
P. bands of clay (see G, H and	13.0 - 20.0		
R. J for clay conditions)			

5. JOINT WATER REDUCTION FACTOR	J_w	approx. water pressure (Kgf/cm ²)	
A. Dry excavations or minor inflow, i.e. < 5 lit/min, locally	1.0	< 1.0	
B. Medium inflow or pressure, occasional outwash of joint fillings	0.66	1.0 - 2.5	
C. Large inflow or high pressure in competent rock with unfilled joints	0.5	2.5 - 10.0	1. Factors C to F are crude estimates. Increase J_w if drainage measures are installed.
D. Large inflow or high pressure, considerable outwash of fillings	0.33	2.5 - 10.0	
E. Exceptionally high inflow or pressure at blasting, decaying with time	0.2 - 0.1	> 10	2. Special problems caused by ice formation are not considered.
F. Exceptionally high inflow or pressure continuing without decay	0.1 - 0.05	> 10	

Tabell 2.4 (forts.) Q-metodens klassifikation av varje enskild parameter

6. STRESS REDUCTION FACTOR				
a. Weakness zones intersecting excavation, which may cause loosening of rock mass when tunnel is excavated.				
A. Multiple occurrences of weakness zones containing clay or chemically disintegrated rock, very loose surrounding rock (any depth)			SRF	
	10.0			
B. Single weakness zones containing clay, or chemically disintegrated rock (excavation depth < 50m)	5.0			
C. Single weakness zones containing clay, or chemically disintegrated rock (excavation depth > 50m)	2.5			
D. Multiple shear zones in competent rock (clay free), loose surrounding rock (any depth)	7.5			
E. Single shear zones in competent rock (clay free), (depth of excavation < 50m)	5.0			
F. Single shear zones in competent rock (clay free), (depth of excavation > 50m)	2.5			
G. Loose open joints, heavily jointed or 'sugar cube' (any depth)	5.0			
b. Competent rock, rock stress problems				
	σ_c/σ_1	σ_t/σ_1	SRF	
H. Low stress, near surface	>200	>13	2.5	
J. Medium stress	200-10	13-0.66	1.0	
K. High stress, very tight structure (usually favourable to stability, may be unfavourable for wall stability)	10-5	0.66-0.33	0.5-2	
L. Mild rock burst (massive rock)	5-2.5	0.33-0.16	5-10	
M. Heavy rock burst (massive rock)	<2.5	<0.16	10-20	
c. Squeezing rock, plastic flow of incompetent rock under the influence of high rock pressure				
			SRF	
N. Mild squeezing rock pressure			5-10	
O. Heavy squeezing rock pressure			10-20	
d. Swelling rock, chemical swelling activity depending upon presence of water				
P. Mild swelling rock pressure			5-10	
R. Heavy swelling rock pressure			10-20	
ADDITIONAL NOTES ON THE USE OF THESE TABLES				
When making estimates of the rock mass quality (Q) the following guidelines should be followed, in addition to the notes listed in the tables:				
1. When borehole core is unavailable, RQD can be estimated from the number of joints per unit volume, in which the number of joints per metre for each joint set are added. A simple relation can be used to convert this number to RQD for the case of clay free rock masses : $RQD = 115 - 3.3J_v \text{ (approx.)} \quad \text{where } J_v = \text{total number of joints per m}^3$ $(RQD = 100 \text{ for } J_v < 4.5)$				
2. The parameter J_n representing the number of joint sets will often be affected by foliation, schistosity, slaty cleavage or bedding etc. If strongly developed these parallel "joints" should obviously be counted as a complete joint set. However, if there are few "joints" visible, or only occasional breaks in the core due to these features, then it will be more appropriate to count them as "random joints" when evaluating J_n .				
3. The parameters J_r and J_a (representing shear strength) should be relevant to the <i>weakest significant joint set or clay filled discontinuity</i> in the given zone. However, if the joint set or discontinuity with the minimum value of (J_r/J_a) is favourably oriented for stability, then a second, less favourably oriented joint set or discontinuity may sometimes be more significant, and its higher value of J_r/J_a should be used when evaluating Q. The value of J_r/J_a should in fact relate to the surface most likely to allow failure to initiate.				
4. When a rock mass contains clay, the factor SRF appropriate to <i>loosening loads</i> should be evaluated. In such cases the strength of the intact rock is of little interest. However, when jointing is minimal and clay is completely absent the strength of the intact rock may become the weakest link, and the stability will then depend on the ratio rock-stress/rock-strength. A strongly anisotropic stress field is unfavourable for stability and is roughly accounted for as in note 2 in the table for stress reduction factor evaluation.				
5. The compressive and tensile strengths (σ_c and σ_t) of the intact rock should be evaluated in the saturated condition if this is appropriate to present or future in situ conditions. A very conservative estimate of strength should be made for those rocks that deteriorate when exposed to moist or saturated conditions.				

Tabell 2.4 (forts) Q-metodens klassifikation av varje enskild parameter

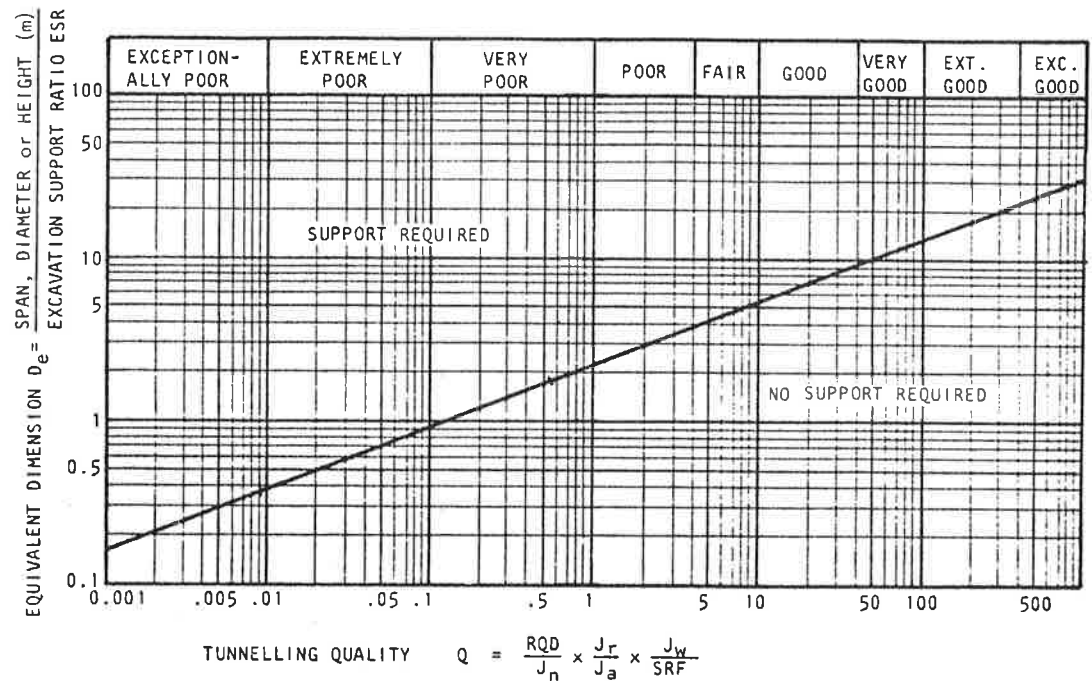


Fig. 2.4 Förhållandet mellan maximala ekvivalenta dimensionen, D_e , för en underjordisk utbrytning och Q-index.

Q-index har blivit mest använt för att bestämma erforderliga förstärkningsinsatser vid undermarksbyggande. I Barton et al, 1974, och Barton, 1976, redovisas omsorgsfullt utarbetade grafer för detta ändamål.

Hur Q-index kan utnyttjas för att bestämma bergmassans hållfasthet och deformationsmodul diskuteras i kapitel 2.6.

2.5 Övriga klassificeringssystem

Hoek och Brown

Vid bergklassificering enligt Hoek och Brown (1980) tar man hänsyn till bergartens enaxiella tryckhållfasthet samt en verbal beskrivning av bergmassan.

Klassificeringen uttrycks med hjälp av Hoek och Browns brottvillkor.

I tabell 2.5 redovisas bergklassning enligt Hoek och Brown på formeln:

$$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{m \cdot \sigma_{3n}} + s$$

där m och s är materialkonstanter vilkas värde beror på bergets egenskaper i vilken omfattning det har varit sönderbrutet före det blivit utsatt för spänningarna σ_1 och σ_3 . σ_{1n} och σ_{3n} är de normaliserade huvudspänningarna σ_1/σ_c och σ_3/σ_c , där σ_c är det intakta bergprovets enaxiella hållfasthet. Tabell 2.5 anger också jämförande värden vid klassning med RMR- och Q-metoderna.

Tabell 2.5 Bergklassning enligt Hoek och Brown (1980).

APPROXIMATE EQUATIONS FOR PRINCIPAL STRESS RELATIONSHIPS AND MOHR ENVELOPES FOR INTACT ROCK AND JOINTED ROCK MASSES					
	CARBONATE ROCKS WITH WELL DEVELOPED CRYSTAL CLEAVAGE <i>dolomite, limestone and marble</i>	LITHIFIED ARGILLACEOUS ROCKS <i>miculstone, siltstone, shale and slate (normal to cleavage)</i>	ARENACEOUS ROCKS WITH STRONG CRYSTALS AND POORLY DEVELOPED CRYSTAL CLEAVAGE <i>sandstone and quartzite</i>	FINE GRAINED POLYMINERALLIC IGNEOUS CRYSTALLINE ROCKS <i>andesite, dolerite, diabase and rhyolite</i>	COARSE GRAINED POLYMINERALLIC IGNEOUS AND METAMORPHIC CRYSTALLINE ROCKS <i>amphibolite, gabbro, gneiss, granite, norite and quartz-diorite</i>
INTACT ROCK SAMPLES <i>Laboratory size rock specimens free from structural defects CSIR rating 100+, NGI rating 500</i>	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{7\sigma_{3H} + 1.0}$ $\tau_H = 0.816(\sigma_H + 0.140)^{0.658}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{10\sigma_{3H} + 1.0}$ $\tau_H = 0.918(\sigma_H + 0.099)^{0.677}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{15\sigma_{3H} + 1.0}$ $\tau_H = 1.044(\sigma_H + 0.067)^{0.692}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{17\sigma_{3H} + 1.0}$ $\tau_H = 1.086(\sigma_H + 0.059)^{0.696}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{25\sigma_{3H} + 1.0}$ $\tau_H = 1.220(\sigma_H + 0.040)^{0.705}$
VERY GOOD QUALITY ROCK MASS <i>Tightly interlocking undisturbed rock with unweathered joints spaced at ± 3 metres CSIR rating 85, NGI rating 100</i>	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{3.5\sigma_{3H} + 0.1}$ $\tau_H = 0.651(\sigma_H + 0.028)^{0.679}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{5\sigma_{3H} + 0.1}$ $\tau_H = 0.739(\sigma_H + 0.020)^{0.692}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{7.5\sigma_{3H} + 0.1}$ $\tau_H = 0.848(\sigma_H + 0.013)^{0.702}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{8.5\sigma_{3H} + 0.1}$ $\tau_H = 0.883(\sigma_H + 0.012)^{0.705}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{12.5\sigma_{3H} + 0.1}$ $\tau_H = 0.998(\sigma_H + 0.008)^{0.712}$
GOOD QUALITY ROCK MASS <i>Fresh to slightly weathered rock, slightly disturbed with joints spaced at 1 to 3 metres. CSIR rating 65, NGI rating 10</i>	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{0.7\sigma_{3H} + 0.004}$ $\tau_H = 0.369(\sigma_H + 0.006)^{0.669}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{1.0\sigma_{3H} + 0.004}$ $\tau_H = 0.427(\sigma_H + 0.004)^{0.683}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{1.5\sigma_{3H} + 0.004}$ $\tau_H = 0.501(\sigma_H + 0.003)^{0.695}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{1.7\sigma_{3H} + 0.004}$ $\tau_H = 0.525(\sigma_H + 0.002)^{0.698}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{2.5\sigma_{3H} + 0.004}$ $\tau_H = 0.603(\sigma_H + 0.002)^{0.707}$
FAIR QUALITY ROCK MASS <i>Several sets of moderately weathered joints spaced at 0.3 to 1 metre. CSIR rating 44, NGI rating 1.0</i>	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{0.14\sigma_{3H} + 0.0001}$ $\tau_H = 0.198(\sigma_H + 0.0007)^{0.662}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{0.20\sigma_{3H} + 0.0001}$ $\tau_H = 0.234(\sigma_H + 0.0005)^{0.675}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{0.30\sigma_{3H} + 0.0001}$ $\tau_H = 0.280(\sigma_H + 0.0003)^{0.688}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{0.34\sigma_{3H} + 0.0001}$ $\tau_H = 0.295(\sigma_H + 0.0003)^{0.691}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{0.50\sigma_{3H} + 0.0001}$ $\tau_H = 0.346(\sigma_H + 0.0002)^{0.700}$
POOR QUALITY ROCK MASS <i>Numerous weathered joints spaced at 30 to 50mm with some gouge filling / some water rock CSIR rating 23, NGI rating 0.1</i>	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{0.04\sigma_{3H} + 0.00001}$ $\tau_H = 0.115(\sigma_H + 0.0002)^{0.646}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{0.05\sigma_{3H} + 0.00001}$ $\tau_H = 0.129(\sigma_H + 0.0002)^{0.655}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{0.08\sigma_{3H} + 0.00001}$ $\tau_H = 0.162(\sigma_H + 0.0001)^{0.672}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{0.09\sigma_{3H} + 0.00001}$ $\tau_H = 0.172(\sigma_H + 0.0001)^{0.676}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{0.13\sigma_{3H} + 0.00001}$ $\tau_H = 0.203(\sigma_H + 0.0001)^{0.686}$
VERY POOR QUALITY ROCK MASS <i>Numerous heavily weathered joints spaced less than 50mm with gouge filling / some rock with ferns CSIR rating 8, NGI rating 0.01</i>	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{0.007\sigma_{3H} + 0}$ $\tau_H = 0.042(\sigma_H)^{0.534}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{0.010\sigma_{3H} + 0}$ $\tau_H = 0.050(\sigma_H)^{0.539}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{0.015\sigma_{3H} + 0}$ $\tau_H = 0.061(\sigma_H)^{0.546}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{0.017\sigma_{3H} + 0}$ $\tau_H = 0.065(\sigma_H)^{0.548}$	$\sigma_{1H} = \sigma_{3H} + \sqrt{0.025\sigma_{3H} + 0}$ $\tau_H = 0.078(\sigma_H)^{0.556}$

Hoek och Bray

Hoek och Brays (1981) klassificeringssystem avser hållfasthetsklassning av bergmassa i slänter. Systemet grundar sig på fältobservationer och tillbakaräkning. Metoden tar hänsyn till sprickornas orientering i förhållande till konstruktionen samt en verbal beskrivning av bergmassan. Figur 2.5 visar förslag till hållfasthetsklassifikation för slänter enligt Hoek och Bray (1981) uttryckt i cohesion och friktionsvinkel.

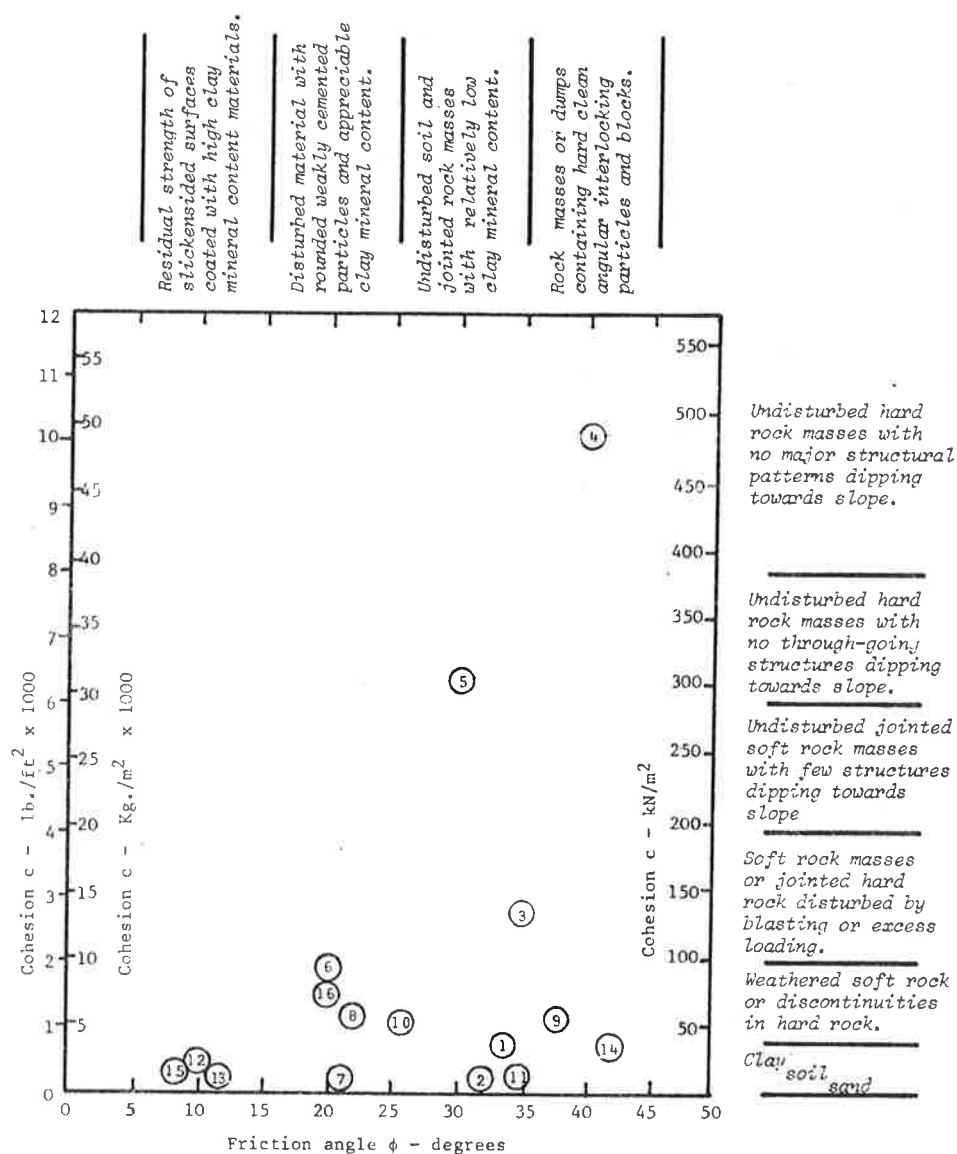


Fig. 2.5 Förslag till hållfasthetsklassifikation för slänter enligt Hoek och Bray (1981).

2.6 Samband och jämförelse mellan olika klassificeringsmetoder

Q-metoden kan användas indirekt för bestämning av bergmassans hållfasthet och deformationsmodul om följande empiriska relation mellan RMR- och Q-metoderna framtagna av Bienawski (1976) används.

$$\text{RMR} = 9 \ln Q + 44$$

Figurerna 2.6 och 2.7 visar förhållandet mellan de båda metoderna för bergmassans hållfasthet relaterat till Hoek och Browns brottvillkor respektive deformationsmodulen.

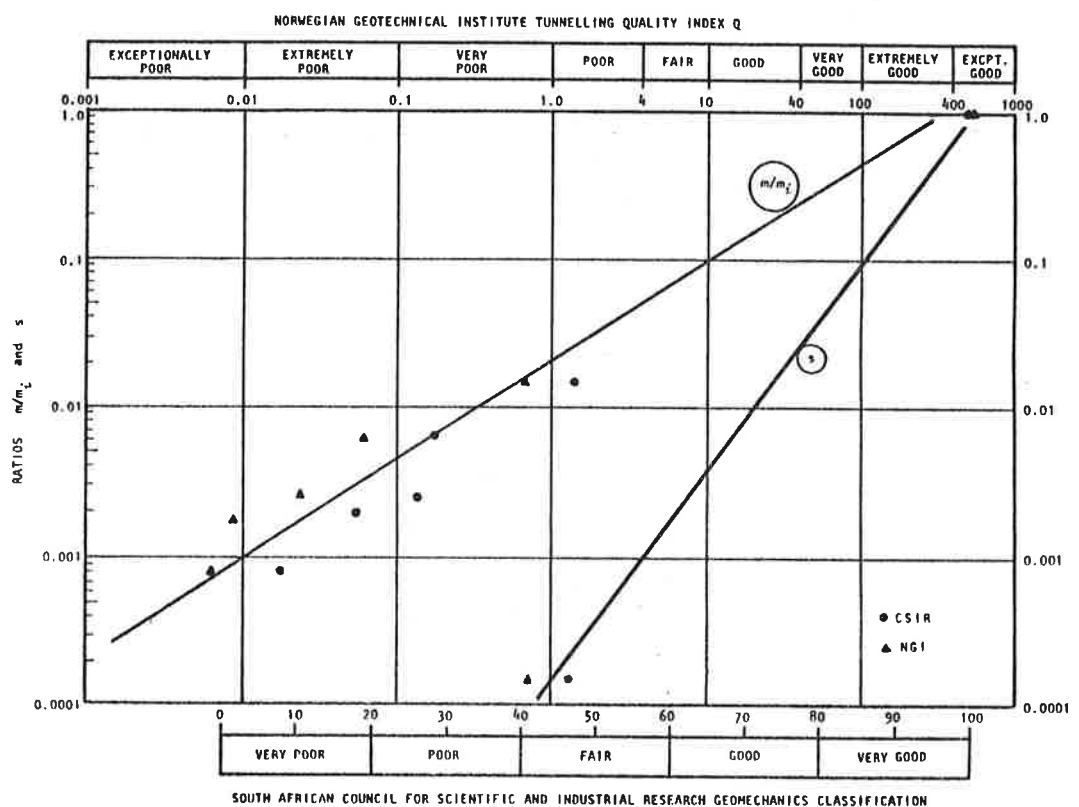


Fig. 2.6 Förhållandet mellan Q-metoden och RMR-metoden samt plot för utvärdering av parametrar till Hoek och Browns brottvillkor (Hoek och Brown, 1980).

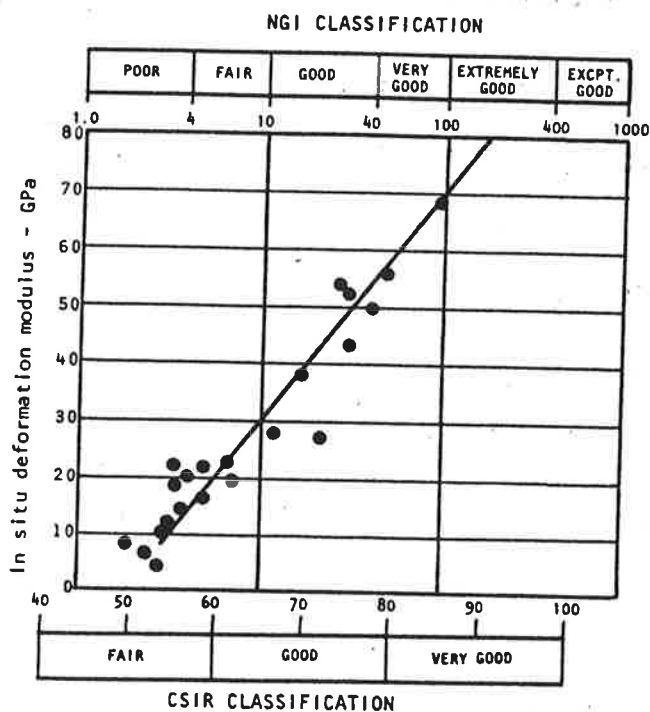


Fig. 2.7 Relation mellan bergmassans deformationsmodul och bergklassificering enligt RMR- och Q-metoden (Bieniawski, 1978).

Hoek och Brown (1980) föreslår följande samband för beräkning av bergmassans enaxiella hållfasthet:

$$\sigma_{cs} = \sqrt{s \cdot \sigma_c^2}$$

Detta samband har Hoek och Brown relaterat till bergmassans RMR-värde. I fig. 2.6 kan konstanten s utvärderas med hjälp av bergklassifikation enligt Q-metoden eller RMR-metoden. Endast mycket begränsad provning på Panguna Andesit ligger bakom diagrammet, varför det endast kan användas till mycket grov uppskattning av bergmassans hållfasthet (Stille et al, 1982).

I tabell 2.6 redovisas hur bergmassans enaxiella tryckhållfasthet beräknad med Hoek och Browns brottvillkor varierar med bergklass och RMR-värdet vid en enaxiell tryckhållfasthet för bergarten på 100 MPa.

Bergklass RMR-värde	I 100-81	II 80-61	III 60-41	IV 40-21	V <20
Tryckhållfasthet i MPa enligt Hoek och Brown ($T_c = 100$ MPa)	39	8.6	1.7	0.4	-

Tabell 2.6 Tryckhållfasthetens beroende av RMR-värde och bergklass (Stille m fl, 1982)

Figur 2.8 anger sambanden mellan bergklass och bergmassans enaxiella tryckhållfasthet bestämd enligt Hoek och Brown, RMS-metoden och RMR-metoden. Skillnaden mellan de olika metoderna är mycket stor, särskilt för bergmasseklass I. Hållfastheten i klass I (80-100 poäng) är enligt Hoek och Brown 30 gånger större än enligt RMR-systemet (Krauland et al, 1986).

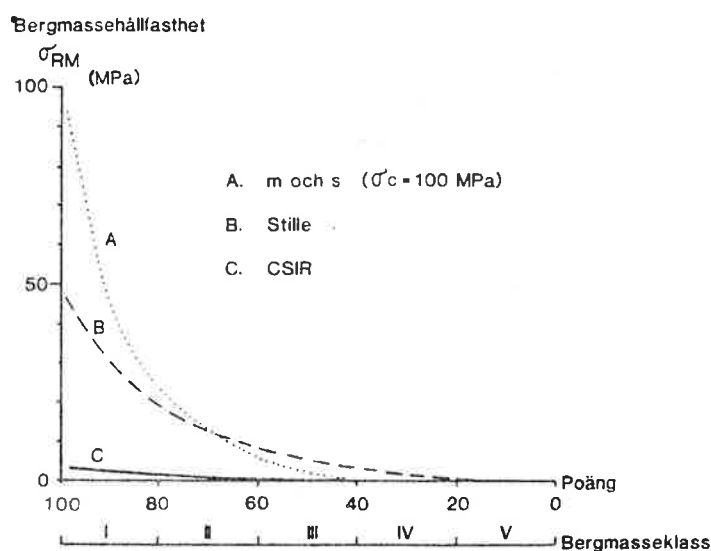


Fig. 2.8 Jämförelse av bergmassans hållfasthet bestämd med tre klassifikationssystem (Krauland et al, 1986).

För att kontrollera klassifikationssystemen har Boliden Mineral AB studerat två praktikfall där den storskaliga hållfastheten varit känd:

- a) Pelare i rum- och pelargruva (Laisvall)
- b) Hängvägg/slänt i dagbrott (Långsele)

I figur 2.9a anges pelarhållfastheten bestämd med tre olika klassifikationssystem och verklig uppmätt pelarhållfasthet. I figur 2.9b jämförs den klassificerade hållfastheten för hängväggen i Långsele och tillbakaräknad hållfasthet.

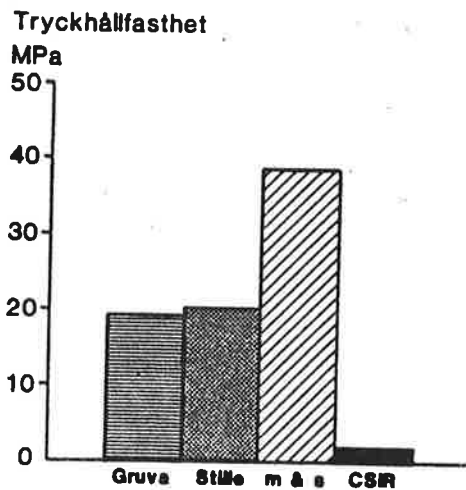


Fig. 2.9a pelare - Laisvall ($\sigma_c = 177$ MPa, 81 poäng) (Krauland et al).

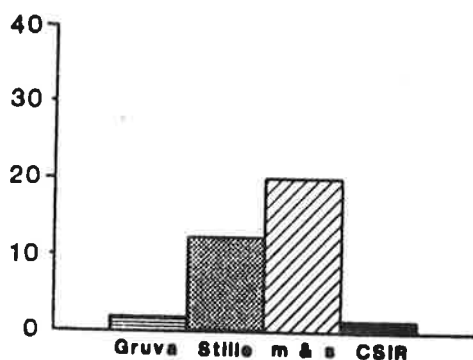


Fig. 2.9b Hängvägg - Långsele ($\sigma_c = 180$ MPa, 71 poäng) (Krauland et al).

2.7 Diskussion om bergklassificeringssystem

Gemensamt för alla system är att de har vuxit fram successivt och baserats på författarnas subjektiva värdering av ingående information. De har i första hand utvecklats för att beskriva kvalitén på bergmassan. Kvalitén har därefter kopplats till frågeställningar såsom "stand up time", förstärkningsinsatser och bergmassans egenskaper

Vid användning av bergklassificeringssystem för att bestämma bergmassans mekaniska egenskaper indelas arbetet i två steg:

- bestämning och klassning av ingående allmän geologisk information
- översättning från klassningsvärden till bergmassans hållfasthet, antingen direkt i MPa eller med hjälp av hållfasthetsparametrarna C och ϕ och bergmassans deformationsmodul.

Ingående parametrar varierar något mellan systemen, men i stort sett råder överensstämmelse vilka huvudparametrar som skall vara med i klassifikationen. I tabell 2.7 redovisas en översikt över de ingående parametrarna i de olika klassificeringssystemen.

Beroende på var man befinner sig i en byggprocess har man tillgång till information av olika mängd och kvalitet. I ett tidigt skede av ett projekt är ofta endast information från hällkarteringar och borrhål tillgänglig. Naturligtvis är tillförlitligheten i sådan information mycket mindre än den man kan tillgodogöra sig efter flera års brytningsproduktion i en gruva. I tabell 2.8 åskådliggörs vilken typ av information man kan erhålla i olika skeden av ett projekt, från borrhärna, tunnelfront samt färdigt bergrum eller slänt.

	Borrkärna	Stuff	Bergrum slänt
Tryckhållfasthet för intakt berg	x	x	x
Spricksystem geometri			
sprickavstånd	x	x	x
spricklängd	(x)	(x)	x
orientering		x	x
vågighet		x	x
hållfasthetsegenskaper			
råhet	(x)	x	x
fyllning	(x)	x	x
Storskaliga diskontinuiteter			
geometri			
uthållighet			x
orientering		x	x
hållfasthetsegenskaper			
tjocklek	(x)	x	x
fyllnadsmaterialets egenskaper	(x)	x	x

Tabell 2.7 Översikt över de parametrar som ingår i klassificeringssystemen (efter Krauland et al, 1986).

	CSIR	m,s*	Stille	NGI	BGD	Hoek & Bray (slänter)
Tryckhållfasthet hos intakt berg	x	x	x	x	x	
RQD	x		x	x		
Sprickavstånd	x		x		x	
Sprickytans friktionsegenskaper	x		x	x	x	
Vatten	x		x	x		
Antal sprickor eller spricksystem			x	x		
Sprickornas orientering i förhållande till konstruktionen	x					x
Förekomst av storskaliga svag- hetsstrukturer				x		
Verbal beskrivning av bergmassan		x				x

* m och s kan även användas för att beräkna hållfastheten utifrån CSIR eller NGI klassificering.

Tabell 2.8 Information från borrhål, tunnelfront och bergrum/slänt om bergmassans hållfasthetsparametrar (Krauland et al, 1986).

Gemensamt för samtliga klassificeringsmetoder är att ingen av dem anger varken giltighetsområde eller tillförlitlighet, vilket skulle underlätta användandet vid projektering och planering av bergkonstruktioner. Giltighetsområdet är ju faktiskt begränsat till den geologiska miljö och typ av bergkonstruktion som klassifikationssystemet är kalibrerat för.

3. INGÅNGSDATA TILL STATISTISK MODELL

3.1 Viktiga parametrar

Vilka parametrar som är styrande för bergmassans hållfasthet respektive deformationsegenskaper, är man i huvudsak ense om (se fig. 2.7 i föregående avsnitt). Dessa uppfattningar grundar sig på erfarenhet och subjektiva bedömningar.

För att så objektivt som möjligt särskilja vilka parametrar som är relevanta och med vilken tyngd de skall påverka en uppskattning av t ex bergmassans hållfasthet, har vi i detta projekt försökt att ta med så många parametrar som möjligt vid insamlingen av data till den statistiska studien. Tanken har sedan varit att resultatet av studien skall ge vilka parametrar som är mest relevanta, dvs om de överhuvudtaget skall vara med i den slutliga "formeln" och vilken tyngd den enskilda parametern skall ha.

3.1.1 Lista på använd allmän geologisk information

För att strukturera insamlandet av indata upprättades en parameterlista som sedan fylldes i. Denna lista visas i bilaga 1 och har delats upp i en för hållfasthet och en för deformationsmodul.

Det kan nämnas att parameterlistan reviderats tre gånger under projektets gång.

I följande avsnitt beskrivs varje enskild parameter som tagits med i denna studie. Inom parentes anges det variabelnamn parametern givits i den statistiska analysen.

De egenskaper vi söker uppskatta hos bergmassan är hållfasthet och deformationsmodul och har vidare i texten kallats "beroende variabler".

Bergmassans hållfasthet, σ_{cm} (SIGCM)

Bergmassans enaxiella tryckhållfasthet har angivits i MPa. Det numeriska värdet utgör ett direkt mått på hållfastheten och utnyttjas direkt i den statistiska analysen.

Bergmassans deformationsmodul, E_m (EM)

Bergmassans deformationsmodul har angivits i GPa. Liksom för bergmassans hållfasthet utgör det numeriska värdet ett direkt mått på variabelns storlek som används direkt i den statistiska analysen.

Följande indatalista över geologisk information (oberoende variabler) som kan påverka våra sökta egenskaper har använts.

Belastad volym (eller "kritiskt belastad" volym) (VOLC, VOLE)

Syftet med denna variabel är att få in hållfasthetens och deformationsmodulens volymsberoende i analysen. Variabeln anges i enheten m^2/m , vilket gör att den refererar till ett plan.

Variabeln har definierats olika för hållfasthet och deformationsmodul, beroende på vilken konstruktion som avses. I figur 3.1 nedan anges definitionerna för olika typer av konstruktioner.

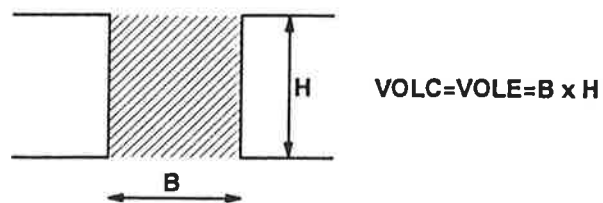
Inspänning (INSP)

Inspänningsgraden har definierats enligt en fyra-gradig skala för de olika konstruktionstyperna ovan:

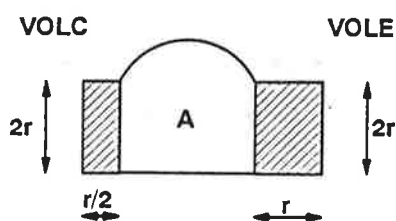
- 1 = slänt
- 2 = pelare
- 3 = fundament
- 4 = tunnel/bergrum

Siffrorna anger bara en inbördes relation mellan konstruktionstyperna, dvs det enda rangordningen

säger är att t ex en slänt är mindre inspänd än en pelare.

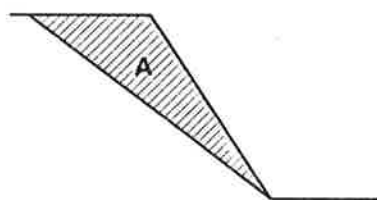


a) Pelare

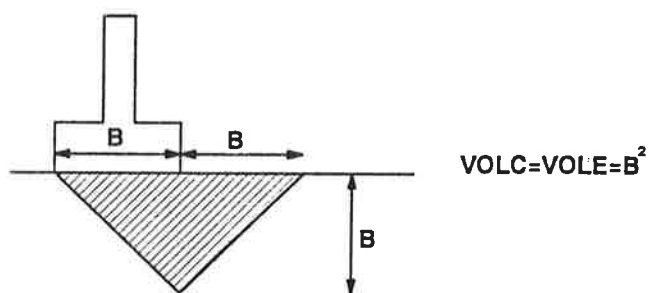


r =radien för en cirkulär tunnel
med ekvivalent area, A

b) Tunnel/Bergrum



c) Slänt



d) Fundament

Fig. 3.1 Definition av variablerna "VOLC" och "VOLE". Belastningssituation (BEL)

Belastningssituation (BEL)

Belastningssituationen indelas i:

1 = pålastning

2 = avlastning

Med denna variabel avses det inducerade spänningstillståndet i en speciell riktning i förhållande till motsvarande initiella spänningstillstånd. Pga det faktum att olika värde (pålastning och avlastning) på variabeln kan uppkomma samtidigt i en och samma punkt beroende på i vilken riktning eller vilken del av konstruktionen som avses, har denna studie koncentrerats endast på pålastning. Detta för att hålla indata mängden så liten och överskådlig som möjligt i denna första etapp av projektet. Av ovan nämnda skäl ingår inte variabeln "BEL" i den statistiska analysen. Givetvis kan den tas upp i en framtida fortsättningsstudie.

Spänningsnivå (SPNIVA)

Spänningsnivån definieras av sambandet:

$$SPNIVA = (\sigma_h + \sigma_v) / 2 \quad \text{där}$$

σ_h = horisontell initialspänning (MPa)

σ_v = vertikal initialspänning (MPa)

Variabeln är ett mått på medelspänningen i det snitt man tittar på.

Spänningskvot (SPKVOT)

Spänningskvoten definieras som:

$$SPKVOT = \sigma_h / \sigma_v \quad \text{där}$$

σ_h = horisontell initialspänning (MPa)

σ_v = vertikal initialspänning (MPa)

Denna variabel tar hänsyn till anisotropin i det in-
itiella spänningstillståndet i det snitt man tittar
på.

Bergart (BERGART)

Angivandet av bergart har indelats i två typer:

- 1 = kristallina bergarter
- 2 = sedimentära bergarter

Siffrorna innebär inte någon gradering avseende
bergmassans hållfasthets- och deformationsegenskaper
utan är en indikationsvariabel.

Metamorfosering/konsolidering (METAKONS)

Denna variabel talar om i vilken grad berget är me-
tamorfoserat och/eller konsoliderat. Graderingen har
utförts i en tregradig skala:

- 1 = hög
- 2 = medel
- 3 = låg

Vittring (VITTRING)

Vittringsgraden hos berget har angivits i en fem-
gradig skala:

- 1 = friskt (ovittrat)
- 2 = något
- 3 = måttligt
- 4 = mycket
- 5 = helt "upplöst" (omvandlat)

Bergartens enaxiella tryckhållfasthet, σ_c (SIGC)

Bergartens hållfasthet som avser den enaxiella
tryckhållfastheten för provning på små bergprov
(bergkärnor) har angivits i MPa. Det numeriska vär-
det utgörs oftast av medelvärdet av ett antal prov-
ningar av en och samma eller olika bergarter.

Bergartens elasticitetsmodul, E_c (EC)

Bergartens elasticitetsmodul är den elasticitetsmodul som erhålls vid utvärdering av last-deformationskurvor vid provtryckning av små bergprov (bergkärnor). Det numeriska värdet utgörs oftast av medelvärdet av ett antal tester på en och samma eller olika bergarter.

Bergartens sprödhet (SPRODHET)

Bergartens sprödhet har graderats i en tregradig skala:

- 1 = hög
- 2 = medel
- 3 = låg

Denna variabel har inte i något "case" angivits, varför vi tvingats att, på basis av andra parametrar, uppskatta denna.

RQD (ROD)

RQD som står för Rock Quality Designation har beskrivits och definierats i kapitel 2.1.

Vid studierna av de olika "casen" har det visat sig att alla inte använder sig av samma definition av RQD. T ex förekommer det att istället för att räkna kärnbitar längre än 100 mm, finns det de som summerar längden av antalet utsågbara provbitar som är ≥ 50 mm. Detta innebär att endast de delar av kärnan som är helt fria från sprickor kan räknas.

P g a denna olikhet i definitionen av RQD är RQD-värdet inte helt objektivt från fall till fall. Vilken metod man använt sig av har i regel inte angivits.

Antalet sprickgrupper (FRACNUM)

Antalet sprickgrupper avser antalet identifierbara huvudsprickgrupper. Sprickgrupper av lägre signifikans har alltså inte tagits med.

Sprickavstånd (FRACDIST)

Sprickavståndet anges i meter och avser ett slags "tredimensionellt" eller volymetriskt medelvärde.

I de case där antingen sprickavståndet eller RQD angivits har den saknade parametern uppskattats med hjälp av diagrammet nedan.

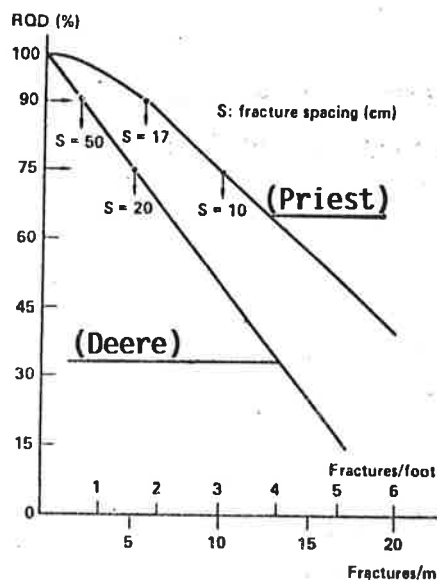


Fig. 3.2 Två föreslagna samband mellan RQD och sprickavstånd, Deere (1964) och Priest et al (1976).

Vatten (VATTEN)

Vattenförekomsten har angivits i en femgradig skala, där benämningarna är samma som i RMR-systemet.

- 1 = completely dry
- 2 = damp
- 3 = wet
- 4 = dripping
- 5 = flowing

Här efter beskrivna parametrar, vilka gäller sprickornas egenskaper, utseende eller orientering, avser den spricka eller den sprickgrupp som anses mest betydande för det studerade problemet. Härvid krävs en ingenjörsmässig bedömning för att avgöra vilken spricka eller sprickgrupp som är den mest relevanta. I denna studie har följande tumregel använts: - "Den spricka eller sprickgrupp som bildar den minsta vinkeln mot pålastningsriktningen utgör den mest relevanta".

Råhet i liten skala (SMALLRA)

Med råhet i liten skala avses den småskaliga ojämnheten längs en sprickyta. Variabeln har indelats i en tregradig skala enligt:

- 1 = rough
- 2 = smooth
- 3 = slickenside

Råhet i stor skala (BIGRA)

Med råhet i stor skala avses den storskaliga unduleringen, vilken indelats i en tvågradig skala:

- 1 = undulerande
- 2 = plana

Sprickbeläggning (FRACCOAT)

Sprickbeläggning har indelats i en femgradig skala enligt:

- 1 = ingen eller läkt
- 2 = gouge material "staining" or sand/silt filled
- 3 = completely filled with gouge material clay, talk, clorite <1 mm
- 4 = same as for 3) above but >1 mm

Relativ spricklängd (FRACLEN)

Med relativ spricklängd menas förhållandet mellan sprickans längd och konstruktionens eller öppningens bredd (l/B). Tre olika gränser har definierats:

- 1 = <0.2
- 2 = $0.2 - 0.5$
- 3 = >0.5

Vinkel mellan sprickplan och belastningsriktning (ALFA)

Med vinkel mellan sprickplan och belastningsriktningen avses den minsta vinkeln mellan den mest relevanta sprickan/sprickgruppen och pålastningsriktningen.

Varje enskild parameter har även försetts med ett kvalitetsindex som talar om hur parametern tagits fram. Detta index indelas i en kvalitetssjunkande skala:

- 1) mätt/provat/observerat/tillbakaräknat
- 2) skattat/beräknat
- 3) gissat
- 4) vet ej/underlag för en skattning eller "bra" gissning saknas

I denna första etapp av projektet har detta index utnyttjats för att värdera kvalitén på ett case. I ett fortsättningsprojekt skulle detta index kunna användas för att vikta parametrarna.

3.2 Studerade "Case"

Målsättningen vid valet av case har varit att de skulle representera så många olika geologiska miljöer och typer av konstruktioner som möjligt samt dessutom vara väl dokumenterade. Det visade sig emellertid att det var mycket svårt att hitta lämpliga case.

Initiellt studerades 25 st case men vid bedömningen av dess kvalitet fick 4 st utgå.

Bedömningen av casens kvalitet delades upp med avseende på de sökta egenskaperna, dvs ett case kan ha olika kvalitet för hållfasthetsstudien och deformationsmodulstudien. Kriterierna för kvalitetsbedömningen ges i fallande kvalitetsskala nedan:

- 1) God dokumentation av oberoende variabler. Den beroende variabeln (SIGCM eller EM) är verifierad genom in situ-mätning (observationer) eller tillbakaräkning.
- 2) God dokumentation av oberoende variabler. Den beroende variabeln har uppskattats/beräknats.
- 3) Mindre god dokumentation av de oberoende variablerna (många parametrar har gissats). Den beroende variabeln enligt 1) ovan.
- 4) Mindre god dokumentation av de oberoende variablerna. Den beroende variabeln enligt 2) ovan.
- 5) Underlag för bedömning/skattning/gissning av vissa oberoende variabler har saknats. Den beroende variabeln enligt 1) eller 2) ovan.
- 6) Underlag för beräkning/bedömning/skattning av såväl de oberoende som den beroende variabeln har saknats.

Anledningen till denna värdering av casen är bl a att möjliggöra utval av case med en viss kvalitet, t.ex att utföra statistisk analys bara på case med kvalitet 1 och 2.

I parameterlistan i bilaga 1 har casekvaliten för hållfasthet respektive deformationsmodul givits namnen QHALLF resp QDEF.

Endast case med kvalitet 1-4 har tagits med i resp statistiska analys. Detta innebär att om ett case

har QHALLF=2 och QDEF=6, ingår detta case endast i den statistiska analysen för hållfastheten.

I bilaga 2 redovisas en referenslista över de studerade casen.

4 Statistisk teori

4.1 Avsikt

Vår målsättning är att ta de observationer vi har av en eller flera variabler skapa en matematisk modell för att förutsäga värdet av en annan variabel.

Som bas för modellen har vi ett antal fall där vi observerat (mätt) både den sökta variabeln, den beroende variabeln och de oberoende variablerna.

Eftersom vi inte har några exakta samband kan vi endast skapa en modell som ger ett troligt värde på den beroende variabeln. Vi måste alltså arbeta med statistiska metoder.

Den del av statistiken som behandlar denna typ av problem kallas regressionsanalys.

4.2 Krav på indata

Vilka sorters data som helst kan inte utnyttjas i en formellt korrekt analys.

Man brukar skilja på fyra typer av data beroende på enligt vilken typ av skala man mätt i:

Nominalskala
Ordinalskala
Intervallskala
Kvotskala

Nominalskalan använder ett godtyckligt tal i stället för namn.

Ett exempel är BERGART där vi låtit 1 betyda kristallin och 2 sedimentär

Ordinalskalan ger en rangordning.

Ett exempel är VITTRING där graden av vittring angivits med siffrorna 1 - 5. Vi kan dock inte säga att

skillnaden mellan 1 och 2 är lika stor som skillnaden mellan 2 och 3. Inte heller går det att säga att vittringsgrad 2 innebär dubbelt så stor vittring som vittringsgrad 1.

Det enda som går att utläsa är att berg med högre vittringsgrad är mer vittrat.

Intervallskala ger också den en rangordning men man kan dessutom avläsa skillnadernas storlek, den är ekvidistant graderad. Däremot saknar den en absolut nollpunkt vilket gör att man inte kan säga något om kvoten mellan två värden.

Kvotskalan ger rangordning, den är ekvidistant graderad så att man kan mäta skillnaden men den har också en absolut nollpunkt så att man kan meningsfullt behandla kvoten mellan två mätvärden.

Ett exempel på skillnad mellan intervall- och kvotskala är temperaturmätning.

Om man mäter i ° Celsius kan man inte säga att 10° är dubbelt så varmt som 5°, eftersom Celsiusskalan inte har en absolut nollpunkt. Om vi använder Kelvinskalan är det däremot möjligt.

I den statistiska regressionsanalysen skall det strikt antas att variablerna är mätta i en intervall- eller kvotskala.

Det är ofta så att man inte kan mäta alla variabler på detta sätt. Bland våra data förekommer ju data mätta i både nominal- och ordinalskalor.

Det finns dock möjligheter att behandla även sådana variabler, genom att använda så kallade dummy-variabler när det gäller nominalskalevariabler och genom transformationer när det gäller variabler mätta i ordinalskala.

(Det är dessutom ingalunda ovanligt att man direkt tillämpar regressionsanalys på variabler mätta i ordinalskala.)

Ett ytterligare problem är att precisionen i modellen är beroende av antalet datapunkter. Ju färre observationer man har dess osäkrare blir modellen och därmed våra skattningar. Detta kan vara ett problem i geovetenskaperna där varje mätning ofta kostar stora pengar.

4.3 Regressionsanalys.

Ändamål

Avsikten med en regressionsanalys är vanligen att man vill beskriva ett samband som finns mellan två eller flera variabler.

Regressionsanalysen används också till att undersöka om det finns ett samband mellan variablerna och för att göra statistiska uttalanden om detta samband.

Man måste härvid skilja på statistiska samband och verkliga orsakssamband. Att ett antal prov visar ett statistiskt samband betyder inte att den oberoende variabeln orsakar sambandet, det kan orsakas av en ytterligare variabel som inte beaktats. (Höjda prästlöner och ökad spritkonsumtion är ett klassiskt exempel.)

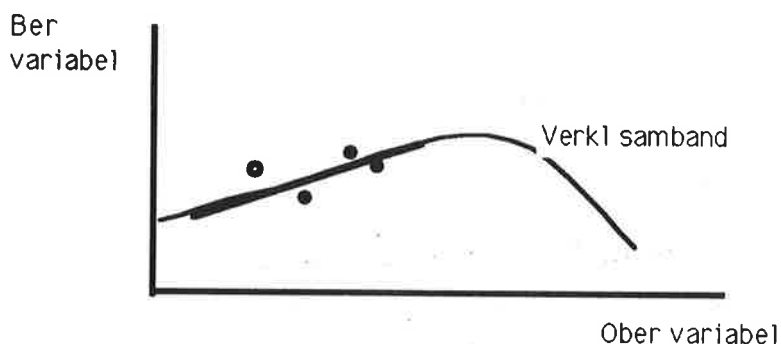
Orsakssambanden och deras validering måste bygga på teoretiska överväganden och inte bara på observerade statistiska samband.

Man kan däremot använda regression och korrelation för att ur data undersöka förekomsten av möjliga samband.

A statistical relationship, however strong and however suggestive, can never establish causal connexion.

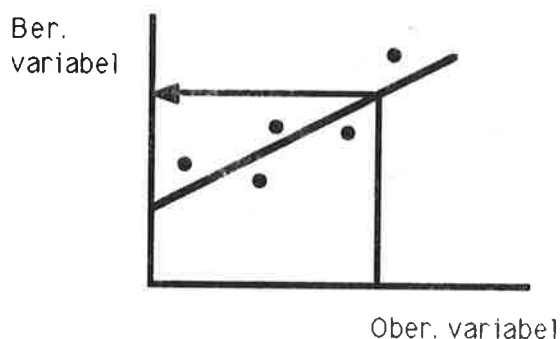
Kendall and Stuart (1967)

En ytterliggare fälla ligger i att extrapolera ett samband förbi dess giltighetsområde. Man kan lokalt ha ett tydligt samband som utanför det observerade området inte är korrekt.



Figur 4.1

Med modellen kan man sedan göra en förutsägelse om den ena, beroende, variabeln när man känner den (de) andra.



Figur 4.2

Man kan därvid göra uttalanden, prediktioner, dels om väntevärdet (medelvärdet) hos den beroende variabeln, dels om punktvärden. Man kan också ge uppskattningar av förväntad osäkerhet hos uppskattningen.

En mer utförlig beskrivning av teorin för regressionsanalys finns i bilaga 3.

4.4 Sammanfattning av principer för linjär regression

Man vill i linjär regression använda en modell av typen

$$Y = a + \sum \beta_i x_i$$

Eftersom den verkliga modellen är okänd söker man skatta en modell utgående från gjorda samhörande observationer av den beroende variabeln och de oberoende variablarna.

Man söker sedan anpassa parameterarna i modellen så att man får en modell där de kvadrerade avvikelserna mellan gjorda observationer och motsvarande ur modellen beräknade värden är minimum.

Den statistiska modellen gäller för väntevärdet av den beroende variabeln. Avvikelse mellan enstaka observationer och motsvarande förutsagda värde beskrivs med en felterm som antas normalfördelad och oberoende.

För att kunna göra förutsägningar om den anpassade modellens tillförlitlighet måste man göra vissa antaganden om de ingående variablerna:

- o Feltermen är normalfördelad och har en konstant varians, som är oberoende av prediktorvariablerna.
- o Feltermen är statistiskt oberoende av de oberoende variablerna och av den beroende variabeln.

De uttalanden man vill göra gäller främst spridningen i det förutsagda värdet, både om man förutsäger medelvärdet och om man vill göra ett uttalande

om troligt intervall för enskilda värden runt medelvärdet.

Eftersom sådana uppgifter om modellen är väsentliga för dess tänkta tillämpning inom bergmekaniken måste man alltså testa att dessa antaganden är uppfyllda, åtminstone i rimlig utsträckning.

Man kan tänka sig flera avvikelser från antagandena ovan som inte verkar särskilt osannolika:

a. En i variablerna linjär modell är inte tillämplig.

Det kan till exempel visa sig att en funktion som är en andragsgradsfunktion av en av de oberoende variablerna syns ge en bättre anpassning till data.

I detta fall kan det vara möjligt att med variabeltransformationer skapa en modell som är linjär i de transformerade variablerna, till exempel genom att införa den nya prediktorvariabeln $Q = Z^2$. Observera att de generella förutsättningar som skall uppfyllas av variablerna i den linjära modellen skall uppfyllas av de transformerade variablerna.

b. En i parametrarna linjär modell är inte tillämplig.

Ett sådant fall är till exempel när en exponentiell modell är korrekt. Man kan då göra en transformation genom logaritmering och få en linjär modell, under förutsättning att man kan anta en felterm i den ursprungliga modellen som är multiplikativ. (Efter transformeringen blir den additiv.) För detaljer se Wonnacott & Wonnacott (1972).

c. Variansen hos Y är inte konstant.

Det kan till exempel vara så att variabeln Y har en varians som är proportionell mot någon av pre-

diktorvariablernas värde, så att osäkerheten är större för stora värden.

Det är i sådana fall lämpligt att ge större vikt åt observationer i de områden där variansen är liten. Se t.ex Ang & Tang (1975) sid 294 ff.

Typer av variabler

I det ovanstående har antagits att prediktorerna har varit antingen helt styrbara, icke-stokastiska värden eller utfall av en stokastisk variabel som uppfyller vissa krav på oberoende etc enligt ovan.

Dessa typer av prediktorer är alltså kontinuerliga, kvantitativa värden.

I många situationer inom bergmekaniken har man mätvärden från olika typer av berg, som man vill dela in i klasser. Ett sätt att statistiskt behandla detta fall är att införa så kallade dummyvariabler. Metoden beskrivs närmare i bilaga 4.

4.5 Hur noggrann är modellen

En viktig del i regressionsanalysen är en uppskattning av dess noggrannhet. Det slutliga ändamålet är ju att utgående från givna uppgifter göra en utsaga om en annan storhet, att göra en prediktion. Det är viktigt för oss att veta hur noggrann denna prediktion är, eftersom vi kommer att grunda beslut på den.

En delfråga är om de grundläggande kraven som ställs om oberoende osv är uppfyllda, så att vi verkligen får använda regressionsanalysen (åtminstone formellt statistiskt)

En annan delfråga blir då också vilka variabler som skall ingå i den regressionsmodell vi använder; eftersom man ju inte skall behålla variabler som

inte tillför någon information utan bara komplicerar analysen.

En maximal gräns på antalet variabler som kan få ingå ges av antalet observerade fall:

Vi kan inte ha fler variabler än (antalet fall - 1), annars blir det inte möjligt att lösa ekvations-systemet.

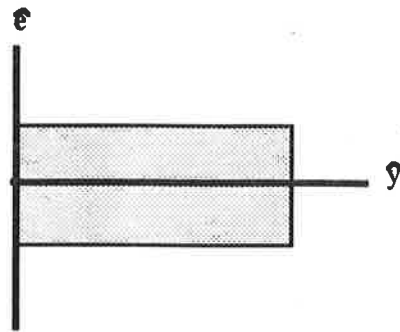
I det enkla fallet med endast en oberoende variabel måste man ha minst två observationer, så att man får två punkter som definierar den rätta linjen. Man förstår att en tillkommande observation kommer att ändra linjens ekvation, man behöver alltså fler observationer.

Det finns också statistiska problem förknippade med en modell med för få observationer, när det gäller att bedöma om modellens samband är verkliga.

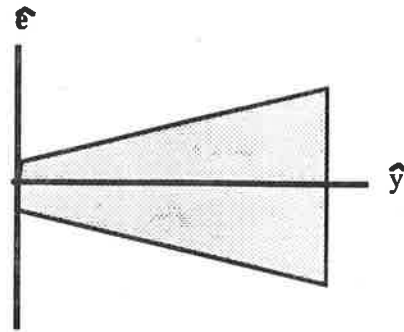
Sätt att bedöma om modellen är tillfredsställande.

Man har flera olika metoder för att bedöma om en modell som tagits fram med (multipel) linjär regression är bra.

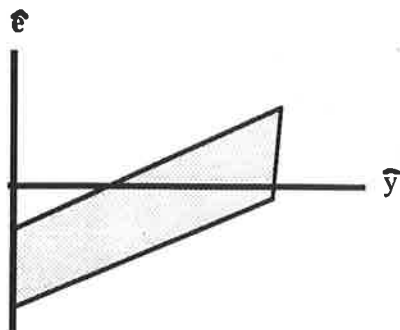
Det enklaste sättet är att grafiskt åskådliggöra resultatet, till exempel i form av en plot över prediktorvariabeln mot det predicerade värdet, ett scattergram. Ett sådant fungerar dock inte för en multipel regression. Där brukar man i stället plotta restvärdena E_i dvs skillnaden mellan verkliga värden och de värden som modellen ger. Ett vanligt sätt att plotta dessa är att plotta så kallade standardiserade residualvärden mot beräknat y , fig 4.3. En sådan plot skall ge till resultat att värdena hamnar inom ± 2 för hela intervallet på $\hat{y}$. (Se Devore sid 499; Johnson & Wichern sid 314)



a Konstant varians.
Oberoende av $\hat{y}$



b Variansen ej konstant



c Residualvärdena beror av $\hat{y}$
Fler termer behövs, allt skall
en transformation göras.

Figur 4.3 Exempel på plottar av residualvärden

Om de tidigare angivna kraven på parametrarna är uppfyllda är det möjligt att göra statistisk tester på modellens egenskaper.

Egenskaper som kan testas är

- o Test av hela modellens förmåga att göra en meningsfull prediktion
- o Test av hypotesen "något $\beta = 0$ ", dvs att någon term kan utgå.
- o Konfidensintervall för skattningen av väntevärdet $E(Y|x)$

Test av hela modellen

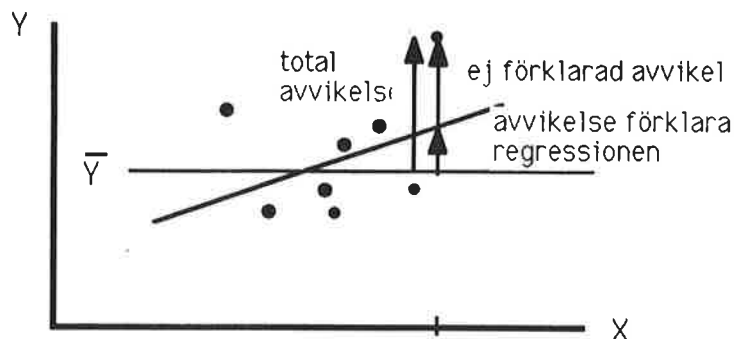
En mycket viktig test är om det finns någon relevant linjär regression i hela modellen. Detta gör man

statistiskt genom en test av 0-hypotesen att alla faktorerna (β_i) är 0. Som alternativ hypotes testas att åtminstone en av faktorerna är skild från noll.

Förklarad varians

(Efter Wonnacott & Wonnacott sid 419)

I figur 4.4 nedan visas en hypotetisk regressionslinje, samt även medelvärdet $Y = \bar{Y}$.



Figur 4.4 Förklarad varians

Om vi vill göra en förutsägelse av Y utan att känna värdet av X är den bästa förutsägelsen $\bar{Y}$, medelvärdet av alla gjorda observationer.

Vi kommer då att göra ett fel, nämligen avvikelser från en given punkt till medelvärdet. Om vi å andra sidan känner till värdet på X och använder oss av regressionslinjen kan vi minska avvikelserna med den del som "förklaras" av regressionen.

Ett mått på hur effektiv regressionsmodellen är blir då hur mycket den minskar den oförklarade delen.

Vid test av modellen testas man om bara en liten del av variationen i Y förklaras av residualvarians, medan en stor del skall förklaras av det linjära sambandet mellan prediktorvariablerna och Y . Detta görs med en så kallad F-test (se Milton & Arnold sid 420 ff; Dillon & Goldstein sid 220 ff).

Vid testen beräknar man ett testvärde och jämför med ett teoretiskt värde. Om testvärdet överstiger det teoretiska förkastar man 0-hypotesen och antar däri- genom den alternativa hypotesen att det finns ett regressionssamband mellan parametrarna.

Test av de olika parametrarna

Man kan sedan fortsätta med att testa de olika parametrarna som ingår i modellen med nollhypotesen

$$\beta_i = 0$$

Detta görs med en så kallad t-test, där man beräknar ett testvärde och jämför med en teoretisk statistisk fördelning, den så kallade t-fördelningen.

Ett problem som alltid finns vid hypotestester är att om man har ett för litet prov (litet antal observationer) så blir testens urskiljande förmåga för dålig för att man skall kunna förkasta någon hypotes. Man kanske felaktigt accepterar 0-hypotesen och tar bort en variabel ur regressionen som egentligen skulle finnas där. Den statistiska metodiken ger alltså ingen möjlighet att påvisa rätt modell utan stöd från teoretiska samband av ickestatistisk natur. Se Wonnacott & Wonnacott sid 374 ff.

Konfidensintervall

Man kan också beräkna så kallade konfidensintervall för de olika parametrarna och även för medelvärdet $\bar{Y}$. Detta kan vid en variabel illustreras grafiskt som band som visar det intervall som är tillräckligt brett för att det skall ha en viss sannolikhet att träffa det verkliga $\bar{Y}$. (sannolikheten väljs ofta till 90 eller 95 %)

Bredden av detta band är beroende av hur väl utspridda observationerna av prediktorvariabeln är och är minst vid dess medelvärde.

Korrelationskoefficienten

Man kan visa att kvadraten på korrelationskoefficienten är ett mått på hur stor kvoten mellan den förklarade variationen och den totala variationen är.

Om korrelationskoefficienten är 0,5 förklaras alltså 25% av den totala variationen av regressionen.

Som vanligt inom statistiken gäller det att man måste tänka på att de parametrar man beräknar ur ett prov bara är ett estimat, en uppskattning av den verkliga parameter. Dessutom gäller det att ju färre prov man har, desto osäkrare blir skattningen.

Det kan alltså vara så att den skattade korrelationskoefficienten visar att regressionen förklarar en del av variansen, men att skattningen av koefficienten är mycket osäker. Då kan man inte acceptera hypotesen om regressionen utan måste förkasta den. (Detta är analogt med det tidigare förda resonemanget om prövning av hypotesen att alla koefficienter i regressionsekvationen i verkligheten är lika med noll.)

Vi behöver alltså ett kriterium som kopplar samman antalet prov, värdet på den skattade korrelationskoefficienten r och risken att den verkliga korrelationskoefficienten r är noll även om r inte är det.

En sådan test beskrivs i Koch & Link (1970).

Ur tabellvärden finner man att om man har c:a 20 prov den beräknade korrelationskoefficienten bör minst vara av storleksordningen 0,4 för att man skall kunna anta att den verkliga korrelations-

koefficienten skiljer sig från 0 och att regressionen därigenom förklarar en del av variansen.

4.6 Val av antal variabler i modellen.

Man vill inte ha variabler i modellen som "inte hör dit" över huvud taget eller som endast i mycket liten omfattning förbättrar den förutsägelse man gör med modellen.

Om man testat en fullständig modell och därigenom vet att man kan anta att det finns åtminstone någon parameter $\beta_i \neq 0$ kan man prova alla tänkbara modeller med en, två osv prediktorparametrar i och sedan testa dem för att se vilken modell som är bäst.

Detta blir naturligtvis ytterst arbetskrävande, eftersom det finns så många kombinationer.

I praktiken använder man i stället program som söker sig fram till den bästa modellen, som vanligtvis innehåller en delmängd av prediktorvariablerna.

Den metod som vi använt kallas stepwise regression.

Den fungerar så att den gör regressionen i steg. (se Johnson & Wichern sid 317)

Steg 1. Bästa linjära regression tas fram (Den prediktorvariabel som har största korrelationen med resultatet behålls)

Steg 2. Den kvarvarande variabel som med en F-test bestäms ge största bidraget tas med. Dock skall F-värdet överskrida ett bestämt "F to enter"

Steg 3 Programmet testar ytterligare variabler för att se om de skall tas med. När en ny variabel tas in testas också de som redan finns i modellen för att se om de ger ett signifikant bidrag. Om deras F-värde är mindre än ett bestämt "F to remove" tas de bort.

När alla kvarvarande variabler som inte är i modellen är icke-signifikanta och variablerna i modellen är det stannar beräkningarna.

Prediktionens noggrannhet

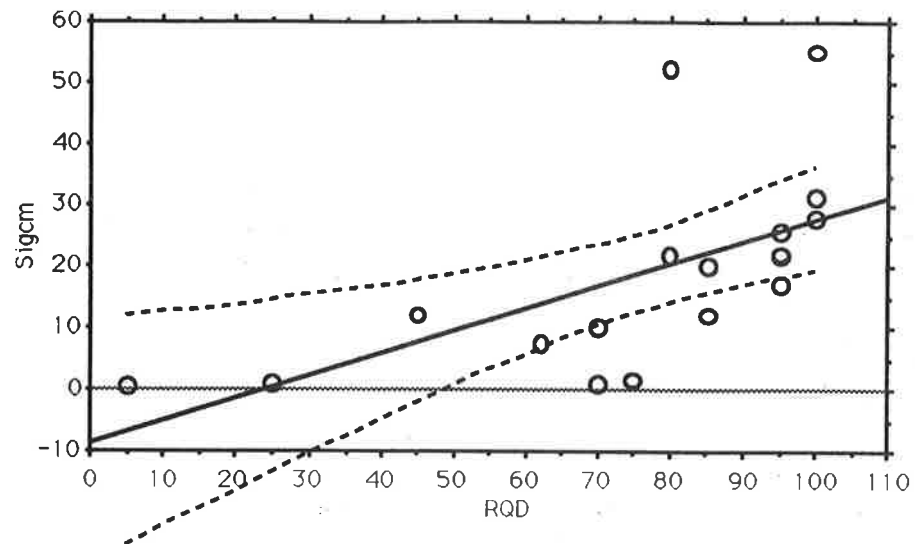
Avsikten med vår analys är egentligen inte att se om det finns några samband mellan de oberoende variablerna och den beroende utan snarare att göra förutsägelser om värdet på den beroende variabeln när vi har mätt de oberoende.

Vår regressionsmodell gör en förutsägelse om medelvärdet (som också kallas väntevärdet) av Y , givet att vi har mätt ett antal oberoende variabler x_i .

Regressionslinjen är alltså den bästa förutsägelse vi kan göra, men för att vi skall kunna tillämpa den i praktiskt bruk behöver vi också kunna säga något om hur bra den är.

Detta kan man göra genom att ange ett område inom vilket det sanna värdet kommer att ligga med en viss, vald sannolikhet.

Man brukar ofta ange sådana konfidensintervall för det sanna medelvärdet när man beräknar och ritar upp regressionslinjen. Ett exempel visas nedan:

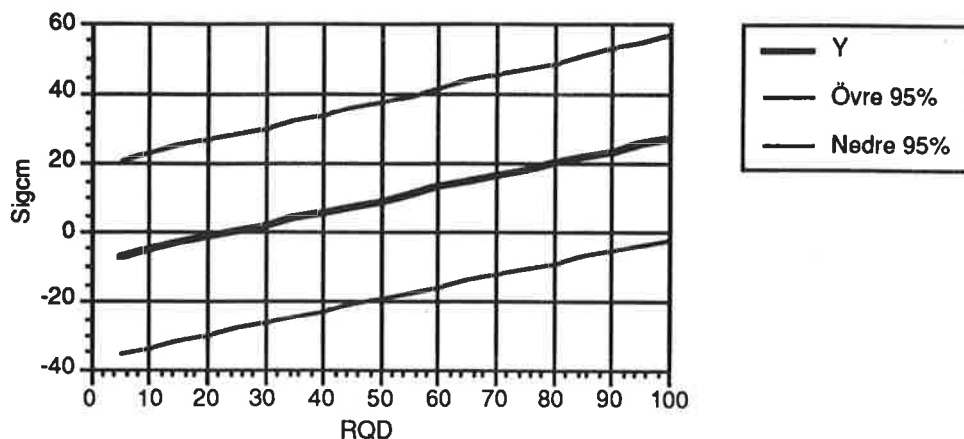


Figur 4.5 Exempel på relation mellan RQD och SIGCM med 95% konfidensintervall för det sanna medelvärdet.

I figur 4.5 har lagts in två linjer som visar det område inom vilket det sanna medelvärdet av prediktioner faller med 95% sannolikhet.

Man bör observera att linjerna inte är parallella med regressionslinjen utan att avståndet till den är minst där observationerna har sitt medelvärde och att det sedan ökar ju längre bort man kommer. Det är också mindre i områden där man har flera observationer. Innebörden av detta är att man bör försöka välja att lägga sina mätvärden så att prediktionen blir så noggrann som möjligt.

För våra praktiska tillämpningar är det ändå inte tillfyllest att kunna bedöma medelvärdet av ett antal förutsägelser. Vad vi vill göra är att göra en förutsägelse för ett enda tillfälle. Eftersom osäkerheten i ett medelvärde alltid är mindre än osäkerheten för ett enstaka värde kommer vi att få ännu vidare konfidensintervall.



Figur 4.6 Exempel på relation mellan RQD och SIGCM med 95% konfidensintervall för förutsägelsen av ett enstaka värde.

I figur 4.6 visas ett exempel på intervallet för 95% sannolikhet för förutsägelse av ett enstaka värde. Intervallet skall jämföras med intervallet för medelvärdet i föregående figur. Det framgår klart ur figurerna att medelvärdet kan bestämmas med en betydligt högre noggrannhet.

Formler för beräkning av konfidensintervall för enstaka värde finns i bilaga 5.

4.7 Sammanfattning

Multipel regression gör det möjligt att skapa en modell ur vilken man kan dra slutsatser om en variabel utifrån observationer från flera andra.

Man kan testa modellen för att se hur bra den är totalt och man kan också testa de ingående variablerna för att se hur väsentliga de är för modellen.

Man kan också få en uppskattning av hur träffsäker modellen är i sina förutsägelser.

Men särskilt om man inte har många observationer blir modellen osäker. Man skall därför inte helt lita till den statistiska modellen utan den skall ges stöd av teoretiska, i vårt fall bergmekaniska överväganden. I annat fall gäller den vanliga principen:

"Garbage in, garbage out!"

5 STATISTISKA SYNPUNKTER PÅ MATERIALET

5.1 Inledning

Som ofta är fallet inom geo- och bergteknik är det material som vi fått fram inte helt perfekt ur statistisk synpunkt.

Det vanligaste problemet är att man inte kan få så många observationer som man önskar och det är naturligtvis också här fallet. Eftersom vi måste ha mätta eller bakräknade värden på hållfasthet respektive deformationsmodul blir antalet tillgängliga fall litet, och i litteraturen redovisade fall är oftast otillräckligt dokumenterade.

Nästa problem rör möjligheten att mäta den önskade storheten. Som nämnts i kapitlet om statistisk teori skall mätningarna göras i intervall eller kvotskala. Detta är ofta svårt och man tvingas därför att använda en ordinalskala av tidsskäl och ekonomiska skäl. Ett exempel är variabeln VATTEN som mätts i en ordinalskala. Man kunde givetvis ha gjort en mätning av vattenflödet i liter per sekund, men det hade kostat i tid och pengar och kanske lett till att man ytterligare fått skära ner på antalet fall. Det är dessutom möjligt att hantera denna problematik:

Man kan göra en omformning av värdena på det sätt som beskrivs nedan eller också (och troligen vanligare) accepterar man värdena som de är. I det senare fallet bör man dock försöka välja sin skala så att den efterliknar en intervallskala.

Ytterligare ett problem med materialet i vårt fall är att alla prediktorer (oberoende variabler) inte är oberoende utan att det förekommer en del "konstgjorda" beroenden. Detta gäller t ex FRACDIST

och RQD som i vissa fall skattats från varandra när uppgift saknats om båda.

5.2 Typer av mätvärden.

Bland mätvärdena finns värden av flera principiellt olika typer, även om alla uttrycks som siffror.

Klassning

Vi har värden som endast anger en grupptillhörighet och alltså i princip kan anses vara ett namn.

Exempel variabeln BERGART där värdet 1 betyder "kristallin" och värdet 2 betyder "sedimentär".

Gradering

Vissa variabler anger en egenskap hos berget där skalan utgörs av ett antal klasser och där variabelvärdet placerar provet i en av dessa klasser.

Exempel variabeln VITTRING som ger provets vitteringsgrad uttryckt på en femgradig skala från 1 (friskt) till 5 (helt "upplöst").

Mätvärden

Vissa variabler är mätvärden, antingen på en intervallskala eller på en kvotskala och i princip kontinuerliga.

5.3 Transformerings

Av dessa olika typer av mätvärden är det endast den sistnämnda typen, kvantitativa värden, som direkt kan användas i en regressionsanalys.

De första två typerna, kvalitativa värden, måste transformeras eller behandlas på annat sätt innan man kan göra regressionsanalysen.

Klassningsvariabler

Dessa behandlas enligt vad som beskrivits tidigare som dummyvariabler, alternativt kan man behandla de olika klasserna var för sig (eller sammanslagna)

Som påpekats finns det ett problem i att datamängden (antalet fall) är så litet.

Man får alltså lätt en situation där regressionen blir osäker.

Graderingsvariabler

Dessa kan jämföras med betyg. Man har inom varje klass egentligen en jämn fördelning av egenskapen upp till nästa klassgräns, men man har valt ett begränsat antal klasser. Eftersom man har beteckningar på klasserna som är subjektivt valda, måste man på något sätt översätta beteckningarna till relevanta mätetal.

Ett sätt att göra detta redovisas i Mosteller & Tukey (1977). Man antar att den klassificerade storheten följer någon lämplig standardfördelning. Varje klass får utgöra en "remsa" skuren ur denna fördelning och man ger klassen det siffervärde som motsvarar remsans tyngdpunkt. Remsans bredd får man ur andelen prov som hänförts till klassen.

Mätvärden

Även dessa kan behöva transformeras, bland annat med hänsyn till hur stor variansen är. En vanlig transformering är att logaritmera det mätta värdet. Mosteller & Tukey ger som tumregler:

- om största värdet är dubbelt så stort som det minsta så transformerar man bara om korrelationen är större än 0,9.

- om största värdet är tjugo gånger det minsta bör man göra transformationen nästan alltid.

Då dessa regler inte var bekanta när beräkningarna gjordes har vi inte gjort någon sådan logaritmering.

Däremot har vi arbetat med logaritmering av mätvärden utgående från bergmekaniska överväganden.

6 Beräkningar

6.1 Programvara

För beräkningarna har använts Macintoshdator med programvaran Statview .

Data har lästs in via kalkylprogram till statistikprogrammet och där lagrats som ett antal filer.

6.2 Utförda beräkningar

Följande har beräknats:

- + Beskrivande statistik för varje variabel inklusive histogram
- + Korrelationsmatrisen för samtliga variabler
- + Enkel regression mellan hållfasthet resp deformationsmodul och var och en av de övriga parametrarna
- + Stepwise regression mellan hållfasthet resp deformationsmodul och de övriga parametrarna.
- + Multipel regression på utvalda parametrar

(En multipel regression mellan hållfasthet resp deformationsmodul och samtliga andra parametrar har inte kunnat utföras på grund av bristande antal observationer i förhållande till antalet parametrar. En beräkning baserad på ett urval av parametrarna har därför gjorts.)

- + Enkel regressionsanalys av variabler som omformats från ordinalskala
- + Enkel regressionsanalys där extrema värden på parametrarna (outliers) tagits bort
- + Regressionsanalys av variabler som omformats utgående från bergmekaniska grunder, både med och utan outliers.

7 BERÄKNINGSRESULTAT

Resultatet omfattar dels beskrivande statistik över ingående data, dels resultatet av regressionsanalyserna. Detta redovisas nedan.

7.1 Beskrivande statistik. Samtliga parametrar

För samtliga bergmekaniska parametrar har histogram (stapeldiagram) över observerade värden beräknats. Dessa diagram redovisas i bilaga 6.

I dessa diagram redovisas antalet observationer ("Count") för varje valt intervall.

7.2 Korrelation mellan parametrarna

I figur 7.1 redovisas korrelationsmatrisen för de ingående parametrarna.

I matrisen anges korrelationskoefficienten ρ som är ett mått på variablernas koppling till varandra. Den kan anta värden i intervallet $-1 \leq \rho \leq 1$ där värdet 1 eller -1 betyder fullständigt (deterministiskt) beroende och värdet 0 betyder ett i statistisk mening fullständigt oberoende.

Som framgår av korrelationsmatrisen finns det inga uttalade klara samband mellan några variabler utan den högsta korrelationskoefficienten ligger kring 0,5. Man bör observera att det är ett relativt begränsat antal prov och att skattningen av korrelationskoefficienten därför är osäker.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y
1	Name	Sigcm	Em	Volc	Volc	Insp	Sonivå	Spkvot	Bergart	Metakoni	Vittring	Sigc	Ec	Spredthv	ROD	Fractum	Fracdist	Smallra	Bigra	Fraccoa	Fracen	Alfa	Vatten	Chalif	Odef
2																									
3	Sigcm	1,00																							
4	Em	0,30	1,00																						
5	Volc	0,26	0,21	1,00																					
6	Vole	0,07	-0,01	0,93	1,00																				
7	Insp	-0,21	-0,50	0,21	0,45	1,00																			
8	Sonivå	0,42	0,08	0,31	0,25	-0,03	1,00																		
9	Spkvot	0,15	-0,12	0,09	0,05	-0,22	0,39	1,00																	
10	Bergart	0,10	0,26	-0,28	-0,49	-0,46	0,17	0,18	1,00																
11	Metakoni	-0,09	0,03	0,27	0,44	0,36	-0,42	-0,38	-0,71	1,00															
12	Vittring	-0,38	-0,51	-0,08	0,03	0,41	-0,33	-0,08	-0,31	-0,04	1,00														
13	Sigc	0,27	0,28	-0,38	-0,53	-0,71	-0,03	0,46	0,23	-0,31	-0,38	1,00													
14	Ec	0,08	0,29	-0,02	-0,13	-0,37	-0,09	-0,23	0,16	-0,12	-0,11	0,20	1,00												
15	Spredthv	-0,47	-0,49	0,12	0,34	0,56	-0,42	-0,28	-0,47	0,50	0,52	-0,60	-0,55	1,00											
16	ROD	0,33	0,50	0,08	-0,02	-0,41	0,14	0,27	0,26	-0,04	-0,70	0,46	0,49	-0,74	1,00										
17	Fractum	-0,26	-0,50	0,17	0,32	0,43	0,29	-0,17	-0,21	0,02	0,23	-0,46	-0,03	0,37	-0,49	1,00									
18	Fracdist	0,11	0,60	0,02	-0,06	-0,25	-0,08	-0,17	0,23	0,03	-0,18	0,07	0,37	-0,27	0,35	-0,43	1,00								
19	Smallra	-0,47	-0,51	-0,29	-0,16	0,05	0,08	0,01	-0,14	-0,36	0,63	-0,20	-0,10	0,23	-0,50	0,38	-0,31	1,00							
20	Bigra	-0,19	-0,01	-0,05	-0,08	0,05	0,14	0,34	0,25	-0,09	-0,16	0,18	-0,36	0,09	-0,13	0,27	-0,25	-0,17	1,00						
21	Fraccoa	-0,16	0,03	-0,26	-0,25	0,10	-0,34	-0,42	-0,24	0,01	0,57	-0,11	0,05	0,15	-0,45	0,01	-0,25	0,41	-0,21	1,00					
22	Fracen	-0,30	0,05	-0,67	-0,75	-0,41	-0,05	0,03	0,55	-0,51	0,09	0,36	0,26	-0,34	-0,08	0,09	0,08	0,32	0,35	0,27	1,00				
23	Alfa	0,08	-0,25	-0,12	-0,07	-0,20	0,35	0,33	0,10	-0,28	-0,31	0,18	-0,04	-0,25	0,36	0,08	-0,16	0,31	-0,06	-0,42	-0,05	1,00			
24	Vatten	-0,18	-0,41	0,12	0,29	0,60	-0,04	-0,11	-0,62	0,13	0,64	-0,29	-0,34	0,54	-0,68	0,38	-0,35	0,35	-0,10	0,48	-0,23	-0,38	1,00		
25	Chalif	0,00	-0,20	0,34	0,52	0,73	0,24	-0,09	-0,26	0,19	-0,02	-0,48	-0,42	0,37	-0,19	0,42	-0,26	-0,13	0,05	-0,04	-0,41	-0,11	-0,53	1,00	
26	Odef	0,06	0,18	0,22	0,26	0,25	0,30	-0,14	0,25	-0,16	-0,37	-0,23	0,04	-0,09	0,21	0,27	0,04	-0,26	-0,01	-0,15	-0,06	0,01	0,05	0,75	1,00

Figur 7.1 Korrelationsmatris för de ingående parameterna

7.3 Regressionsanalys.

En enkel regressionsanalys med minsta kvadratmetoden mellan de två beroende variablerna bergmassans deformationsmodul (EM) respektive bergmassans hållfasthet (SIGCM) och var och en av de övriga variablerna ger de resultat som redovisas fullständigt i bilaga 7.

(Ur analysen har uteslutits bergart samt case-kvalitet).

I figurerna anges det statistiska samband som råder mellan den beroende variabeln (EM respektive SIGCM) och de oberoende variablerna när man betraktar varje par av beroende och oberoende variabel för sig.

Dessutom anges (via r^2) hur statistiskt styrkt sambandet är.

Det visar sig att de flesta sambanden inte alls är starka. Det är egentligen endast i följande samband som man bör anse att regressionen förklarar en del av variansen:

<u>Beroende variabel:</u>	<u>EM</u>	<u>SIGCM</u>
		SPNIVÅ
	INSP	
	VITTRING	
	SPRÖDHET	SPRÖDHET
	RQD	
	FRACNUM	
	FRACDIST	
	SMALLRA	SMALLRA
	VATTEN	

Det skall observeras att endast en liten del (< 35%) av variansen förklaras av regressionen.

7.4 Statistisk analys av utvalda parametrar

En möjlig väg att få fram starkare samband är att undersöka flera parametrar samtidigt i en multipel regressionsanalys.

Enligt vad som tidigare sagts är vårt material så pass litet att det är nödvändigt att få fler observationer eller att skära ner antalet variabler, för att få en tillräcklig överbestämning för att man skall kunna göra en multipel regressionsanalys.

Eftersom det inte är möjligt att få fler observationer har vi istället valt att utifrån bergmekaniska överväganden begränsa antalet ingående parametrar.

För de båda fallen hållfasthet respektive deformationsmodul har valts följande parametrar:

EM	SIGCM
INSP (dummy)	VOLC
SPNIVÅ	SPRODHET
SIGC	SIGC
EC	
RQD	RQD
FRACDIST	FRACNUM
(VATTEN)	FRACDIST
SMALLRA	SMALLRA
FRACCOAT	FRACCOAT
	FRACLEN

7.4.1 Korrelationsanalys

Nedan visas korrelationsmatriserna för de båda data-mängderna:

Correlation Matrix for Variables: X₁ ... X₁₀

	Sigcm	Volc	Sigc	Sprödhet	RQD	Fracnum	Fracdist	Smallra
Sigcm	1							
Volc	-.17	1						
Sigc	.31	.11	1					
Sprödhet	-.5	.2	-.57	1				
RQD	.28	.01	.45	-.72	1			
Fracnum	-.33	.52	-.32	.42	-.43	1		
Fracdist	.05	-.06	.04	-.25	.35	-.39	1	
Smallra	-.52	.12	-.21	.29	-.49	.41	-.29	1
Fraccoat	-.24	.04	-.13	.19	-.45	.06	-.23	.44
Fraclen	-.18	.05	.39	-.32	-.07	.13	.06	.29

Correlation Matrix for Variables: X₁ ... X₉

	Em	Spnivå	Sigc	Ec	RQD	Fracdist	Smallra	Fraccoat
Em	1							
Spnivå	.08	1						
Sigc	.28	-.03	1					
Ec	.29	-.09	.2	1				
RQD	.5	.14	.46	.49	1			
Fracdist	.6	-.08	.07	.37	.35	1		
Smallra	-.51	.08	-.2	-.1	-.5	-.31	1	
Fraccoat	.03	-.34	-.11	.05	-.45	-.25	.41	1
Vatten	-.41	-.04	-.29	-.34	-.68	-.35	.35	.48

Note: 1 case deleted with missing values.

7.4.2 Multipel regressionsanalys

En multipel regressionsanalys ger följande resultat:

För E-modul:

Multiple Regression Y₁: Em 8 X variables

Beta Coefficient Table

Variable	Coefficient	Std. Err.	Std. Coeff.	t-Value	Probability
INTERCEPT	26.37				
Spnivå	1.7	.83	.35	2.05	.0706
Sigc	.04	.08	.1	.57	.5851
Ec	-.18	.21	-.17	.87	.4093
RQD	.18	2.26	.183	.68	.5106
Fracdist	6.21	1.99	.54	3.12	.0124
Smallra	-19.9	8.14	-.46	-2.44	.0371

Multiple Regression Y 1 :Em 8 X variables

Beta Coefficient Table

Variable:	Coefficient:	Std. Err.:	Std. Coeff.:	t-Value:	Probability:
Fraccoat	19.6	5.62	.72	3.49	.0069
Vatten	-9.61	7.21	-.29	1.33	.2154

För hållfasthet:

Multiple Regression Y 1 :Sigcm 9 X variables

Beta Coefficient Table

Variable:	Coefficient:	Std. Err.:	Std. Coeff.:	t-Value:	Probability:
INTERCEPT	260.39				
Volc	.01	.01	.14	.51	.6236
Sigc	.06	.15	.13	.43	.6747
Sprodhet	-50.4	17.03	-1.05	2.96	.0143
RQD	-.93	2.23	-1.81	2.25	.0483
Fracnum	-1.5	8.36	-.06	.18	.8612
Fracdist	-1.02	3.14	-.08	.32	.752

Multiple Regression Y 1 :Sigcm 9 X variables

Beta Coefficient Table

Variable:	Coefficient:	Std. Err.:	Std. Coeff.:	t-Value:	Probability:
Smallra	-20.44	11.6	-.42	1.76	.1086
Fraccoat	-3.52	7.63	-.11	.46	.6547
Fraclen	-20.53	11.79	-.47	1.74	.1122

7.4.2 Stepwise regression

Om man i stället för att ta med alla variablerna i analysen gör en step-wise regressionsanalys där programmet väljer ut ingående parametrar på rent statistisk bas fås:

STEP NO. 1 Stepwise Regression Y | :Em 9 X variables

Variables in Equation				
Variable:	Coefficient:	Std. Err.:	Std. Coeff.:	F to Remove:
INTERCEPT	30.82			
Fracdist	6.82	2.3	.6	8.77

Variables Not in Equation		
Variable:	Par. Corr:	F to Enter:
Dummy	-.44	3.51
Spnivå	.15	.35
Sigc	.29	1.41
Ec	.09	.14
RQD	.38	2.55

STEP NO. 1 Stepwise Regression Y | :Em 9 X variables

Variables Not in Equation		
Variable:	Par. Corr:	F to Enter:
Smallra	-.42	3.27
Fraccoat	.23	.85
Vatten	-.27	1.14

dvs :

På statistiska grunder kan man utesluta alla variabler utom FRACDIST, man får ekvationen:

$$EM = 30.8 + 6.8 \text{ FRACDIST}$$

Ur bergmekanisk synpunkt är denna modell inte bra, eftersom den säger att det minsta värde som EM kan anta är 30,8, dvs det värde man får om FRACDIST = 0. Det syns också tydligt på figuren över den enkla korrelationen (bilagan sidan 25) att man har en mycket stor spridning vid FRACDIST $\approx$ 0.

För hållfasthet fås

STEP NO. 1 Stepwise Regression Y 1 :Sigcm 9 X variables

Variables in Equation				
Variable:	Coefficient:	Std. Err.:	Std. Coeff.:	F to Remove:
INTERCEPT	67.53			
Smallra	-25.36	9.74	-.52	6.77

Variables Not in Equation		
Variable:	Par. Corr:	F to Enter:
Volc	-.13	.27
Sigc	.23	.99
Sprödhet	-.43	3.88
RQD	.04	.02
Fracnum	-.14	.35

STEP NO. 1 Stepwise Regression Y 1 :Sigcm 9 X variables

Variables Not in Equation		
Variable:	Par. Corr:	F to Enter:
Fracdist	-.13	.29
Fraccoat	-.01	3.27E-3
Fraclen	-.04	.02

dvs man får ekvationen

$$\text{SIGCM} = 67.5 - 25.4 \text{ SMALLRA.}$$

Enligt denna ekvation kan SIGCM endast anta tre fixa värden eftersom SMALLRA endast kan anta värdena 1, 2 eller 3. Ekvationen är alltså ej användbar.

7.5 Analys av transformerade graderingsvariabler.

Ett antal variabler har inte mätts eller kunnat mätas i intervall eller kvotskala utan har i stället mätts i en ordinalskala (graderingsvariabler).

En transformation har gjorts av dessa variabler på det sätt som tidigare angivits.

Därefter har dels beräknats korrelationsmatrisen, dels utförts en enkel regressionsanalys mellan bergmassans mätta hållfasthet respektive deformationsmodul och de transformerade variablerna.

De transformerade variablerna och deras korrelationsmatris redovisas i bilaga 8

En jämförelse mellan korrelationsmatriserna för de transformerade variablerna respektive den ursprungliga korrelationsmatrisen visar inga större ändringar.

Vid motsvarande jämförelse mellan resultaten från regressionsanalyserna finner man någon gång vissa förändringar i ekvationen, men ingen förbättring i sambandets tillförlitlighet.

Den fortsatta analysen har därför gjorts med icke - transformerade variabler

7.6 Analys utan outliers

Ett studium av resultatet av regressionen visar att det finns mätvärden som klart avviker från de övriga, sk outliers. Eftersom dessa värden påverkar resultatet ganska mycket bör de granskas närmare. Om det finns skäl att anta att de inte är representativa bör de uteslutas ur analysen för att man skall få ett mer korrekt resultat. (Det finns speciella metoder för att på rent statistisk bas eliminera outliers, men här gör vi en rimlighetsbedömning på bergmekaniska grunder.)

Bland de rapporterade fallen finns några vars hållfasthet eller elasticitetsmodul ligger mycket över de andras värden. Dessa värden kommer från några

fall hämtade från gruvindustrin vid rum och pelarbrytning. De rapporterade egenskaperna tillhör själva mineraliseringen (malmkroppen) och ej sidoberget. De berörda malmerna är kompetenta, nästan utan sprickor och oftast har bergarten en mycket hög tryckhållfasthet. De avviker således markant från de övriga fallen och blir i en linjär regressionsanalys kraftigt dominerande.

I några av dessa fall är egenskapernas värden så höga att de strider mot gängse uppfattning om hållfasthetens volymsberoende.

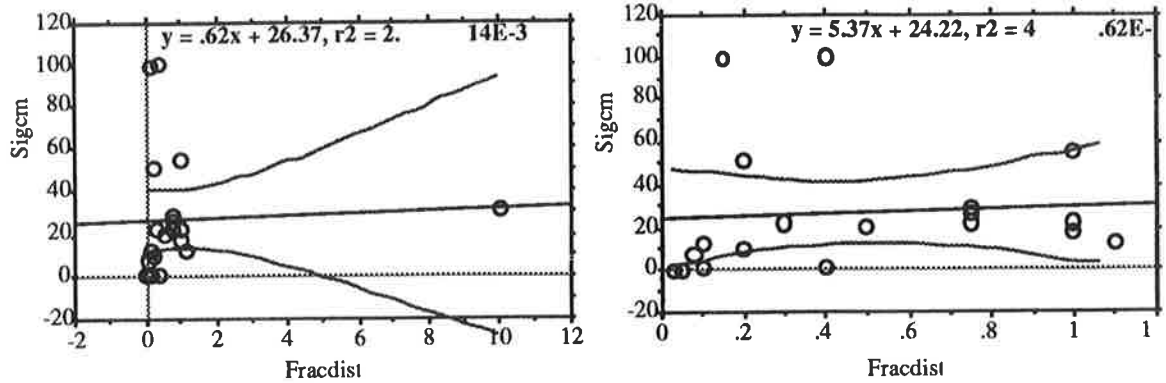
Några felaktigheter eller något som tyder på att tolkningen skulle vara behäftad med större osäkerheter i dessa fall har ej kunnat spåras.

Med tanke på den dominans som dessa få värden får i regressionsanalysen har de ändå tillfälligt utslutits ur analysen.

En sak som skall observeras vid en jämförelse av resultaten från en regressionsanalys där outliers tagits bort respektive fått ingå i analysen är att området där analysen är giltig ändras. (man bör undvika att använda regressionsanalys för att extrapolera).

Ett exempel:

Regressionsanalys av bergmassans hållfasthet mot sprickavståndet (fracdist)



Om det enstaka värdet med stort sprickavstånd tas bort ändras regressionslinjens beroende av den oberoende variabeln, men samtidigt har det intervall regressionen täcker blivit mindre.

(Anm. Exemplet har valts inte därför att det finns skäl att förkasta värdet på fracdist utan för åskådlighetens skull.)

Resultatet av beräkningar utan outliers redovisas i bilaga 9

(Endast sådana samband som har ett $r^2 > 0,1$ redovisas)

7.7 Regressionsanalys av variabler som transformerats på bergmekanisk grund

Då den regression som visas ovan inte syns ge några användbara samband mellan parametrarna har vi i stället analyserat ett eventuellt samband mellan transformerade variabler.

Ett bergmekaniskt övervägande enligt nedan ger vid handen att det är rimligare att finna ett samband mellan logaritmerna för parametrarna:

E_m , E_c , och $1+E/30RQD$ respektive

$Sigcm$, $Smallra$ och RQD .

Detta övervägande bygger på följande teoretiska samband:

E_m

Elasticitetsmodulen för en sprickig bergmassa kan härledas med hjälp av teorierna för kompositmaterial. Bergmassans E-modul E_m kan då tecknas

$$E_m = \frac{E}{1 + \frac{E}{k_n s}}$$

där E är bergartens elasticitetsmodul, k_n är sprickstyvheten och s är sprickavståndet.

Sprickavståndet s är ungefär proportionellt mot RQD-värdet. Efter logaritmering får man uttrycket

$$\log E_m \propto \log E - \log(1 + E/(k \cdot RQD \cdot k_n))$$

Vi har val att använda värdet $k_n = 30$ GPa/m. Ett överslag ger vid handen att man bör få rätt storleksordning på det beräknade värdet om man uttrycker RQD som ett rent tal och inte i %. Detta har också provats vid analysen.

σ_{cm}

$$\sigma_{cm} = \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}$$

Kohesionen c har bedömts öka med råheten samt minska med spricklängden och sprickavståndet (antalet "bryggor").

Friktionsandelen $\cos \varphi / 1 - \sin \varphi$ ökar nästan linjärt med ökande φ

Friktionsvinkeln ökar med sprickornas råhet. Man får alltså

$$\sigma_{cm} \propto (\text{Råhet} / \text{Sprickavstånd}) \text{Råhet}$$

Eftersom sprickavståndet är proportionellt mot RQD har vi valt att i stället använda RQD

Efter logaritmering fås

$$\ln \sigma_{cm} \propto 2 \ln Råhet - \ln RQD$$

Resultat av regressionsanalyser på transformerade variabler

Analysgången har varit den att vi har gjort en enkel regression med variabler som utvalts och transformerats enligt ovan.

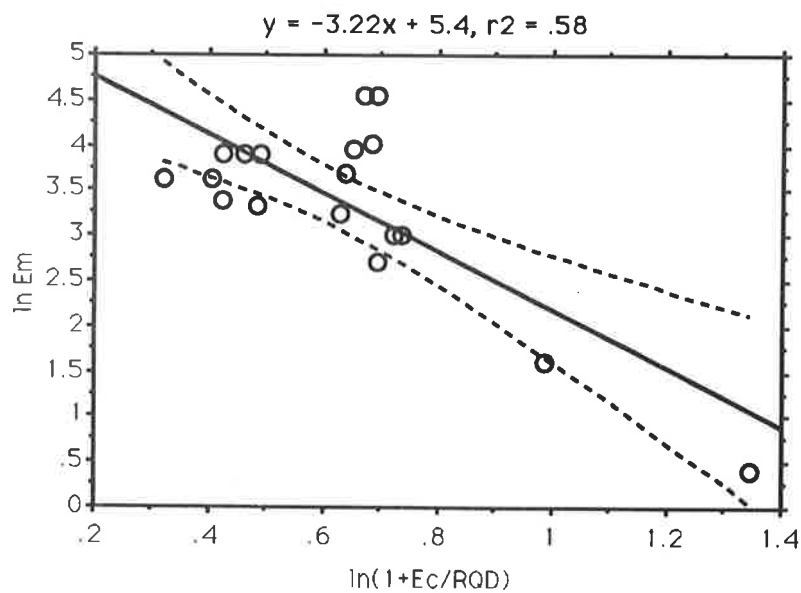
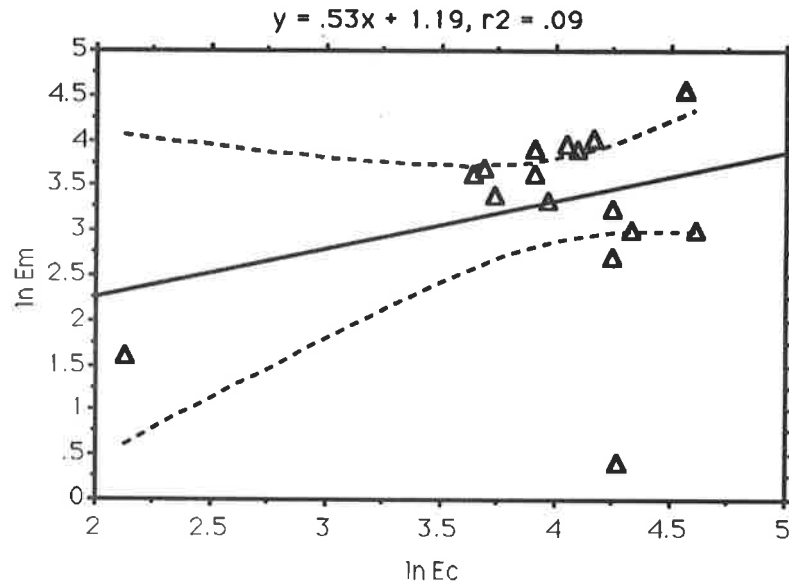
Därefter har vi också gjort en step-wise analys för att se om det finns några multivariata samband.

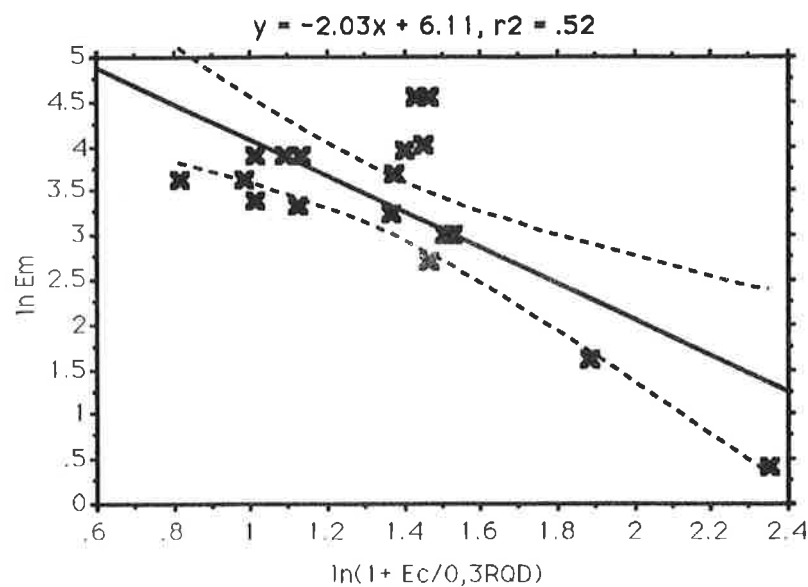
Deformationsegenskaper:

Ingående variabler:

$\ln E_m$, $\ln E_c$, $\ln(1+E_c/RQD)$ samt $\ln(1+E_c/30 RQD)$ där RQD uttrycks som ett rent tal.

Enkel regression





Stepwise regression

Om man gör denna med alla variablerna enligt tidigare utförda enkla regression får man:

STEP NO. 2 Stepwise Regression Y ₁ :ln Em 3 X variables

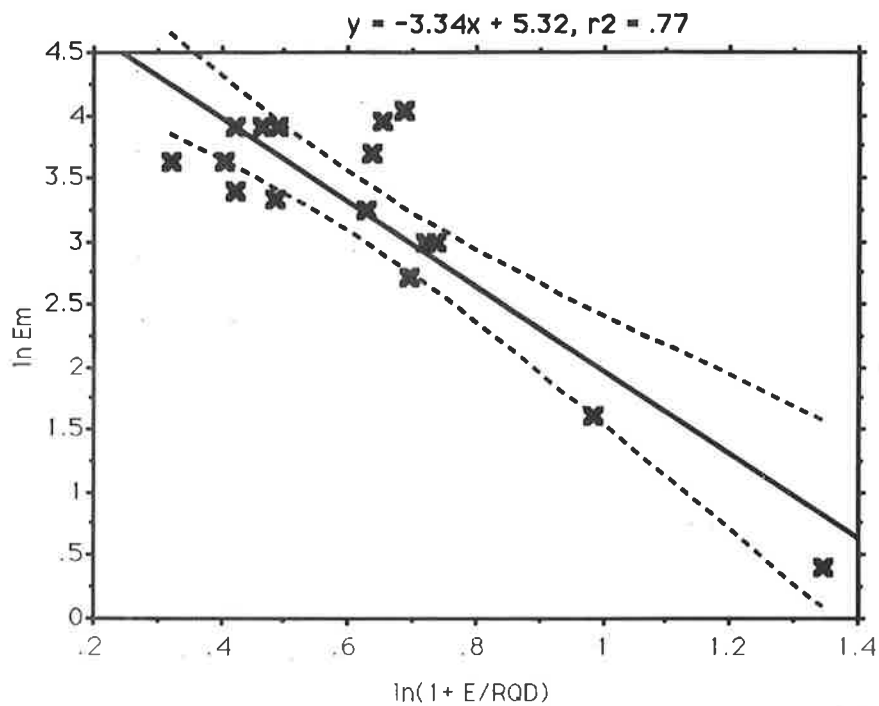
Variables in Equation				
Variable:	Coefficient:	Std. Err.:	Std. Coeff.:	F to Remove:
INTERCEPT	.51			
ln(1 + E _c /RQD)	-21.6	6.23	-5.11	12.04
ln(1 + E _c /0.3RQD)	12.23	4.13	4.37	8.79

Variables Not in Equation		
Variable:	Par. Corr:	F to Enter:
ln Ec	.36	2.28

Eftersom de båda variablerna i uttrycket i princip är samma, får man att bästa skattningen fås med enkel regression enligt tidigare:

$$\ln Em = -0,32 \ln(1 + E_c/RQD) + 5,4$$

Om man gör om beräkningarna, men utesluter "outliers" enligt de principer som tidigare angivits (Case nr 18 och 19) får man som bästa regression:



Modellen blir alltså:

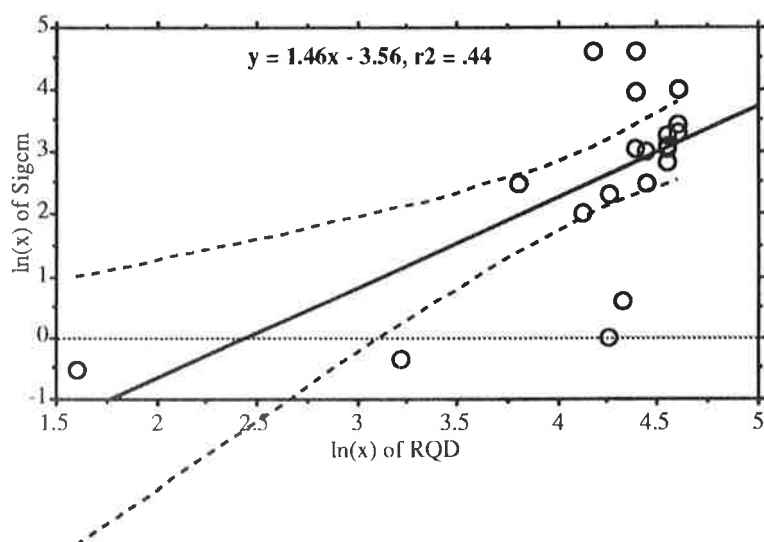
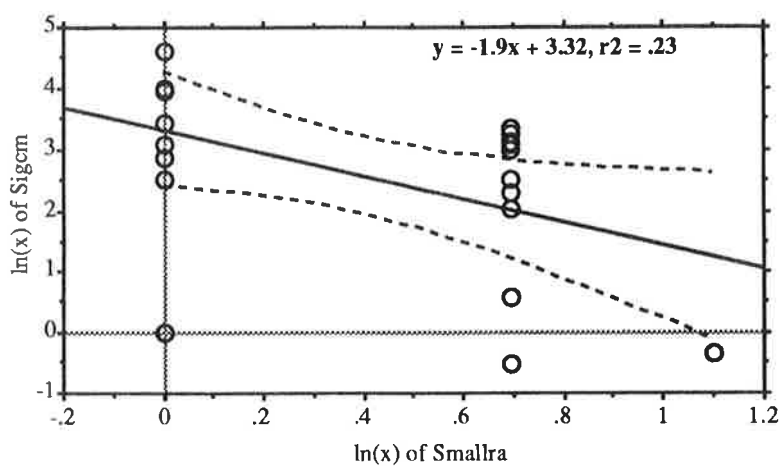
$$\ln E_m = 3,34 \ln(1+E_c/RQD) + 5,32$$

Hållfasthetsegenskaper

Ingående variabler:

$\ln \sigma_m$, $\ln$ Smallra och $\ln RQD$

Enkel regression:



Även i detta fall visar en step-wise regression att en oberoende variabel kan uteslutas:

STEP NO. 1 Stepwise Regression Y ₁ : $\ln(x)$ of Sigcm 2 X variables

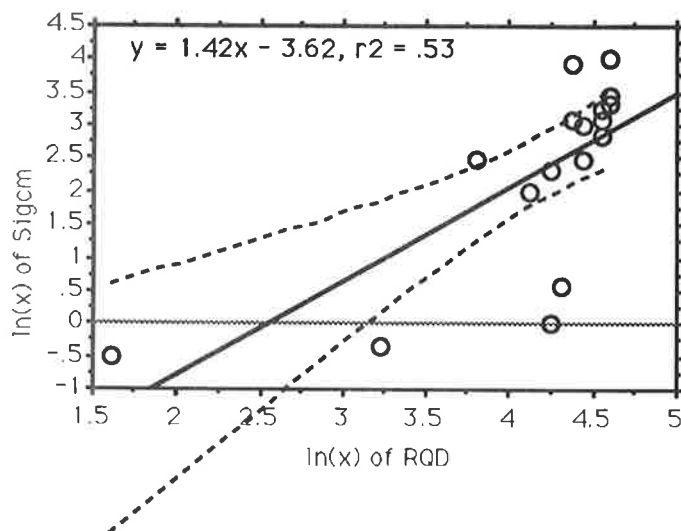
Variables in Equation				
Variable:	Coefficient:	Std. Err.:	Std. Coeff.:	F to Remove:
INTERCEPT	-3.56			
$\ln(x)$ of RQD	1.46	.39	.66	14.1

Variables Not in Equation		
Variable:	Par. Corr:	F to Enter:
$\ln(x)$ of Smallra	-.32	1.94

Smallra bidrar alltså inte utan vi får ekvationen:

$$\ln(\text{Sigcm}) = -3,56 + 1,46 \ln(\text{RQD})$$

Om man gör motsvarande analys på ett material där så kallade outliers tagits bort (Case 20 och 21) får man följande bästa regression:



$$\ln(\text{Sigcm}) = -3,62 + 1,42 \ln(\text{RQD})$$

7.8 Vald modell

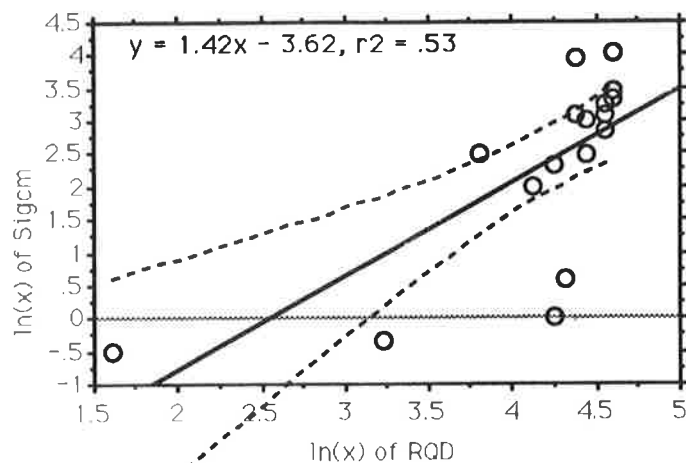
Av de beräkningar som gjorts framgår att den bästa modellen (i den statistiska betydelsen) fås om man dels gör en på bergmekaniska resonemang baserad transformation av variablerna, dels, likaledes på bergmekaniska skäl, tar bort så kallade outliers.

De modeller som erhållas är:

För bergmassans hållfasthet:

$$\ln(\sigma_{cm}) = 1,42 \ln(\text{RQD}) - 3,62$$

95% konfidensintervall för medelvärdet av $\ln(\sigma_{cm})$ framgår av figuren nedan



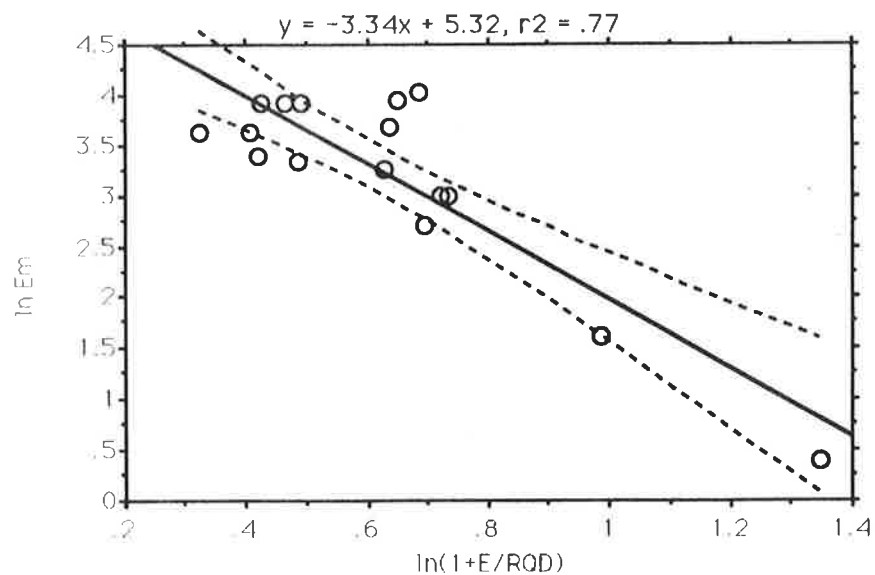
Modellen kan även skrivas

$$\sigma_{cm} = 0,03 \text{ RQD } 1,42$$

För bergmassans deformationsmodul gäller ekvationen

$$\ln(E_m) = 5,32 - 3,34 \ln[(1+E_c)/\text{RQD}]$$

med 95% konfidensintervall för medelvärdet enligt fig:



Uttrycket kan tecknas:

$$E_m = \frac{204,4}{\left(1 + \frac{E}{RQD}\right)^{3,34}}$$

Det har alltså visat sig att de väsentliga parametrarna att mäta är dels RQD, dels bergartens E-modul.

Om dessa skulle saknas, kan man trots det använda ett regressionssamband av den typ som tidigare redovisats under enkla regressioner. Det måste dock med skärpa påpekas att de sambanden inte är särskilt starka!

Man skall alltid observera, att en modell framtagen med regressionsanalys har ett giltighetsområde som är beroende av spannet för de observationer som den baseras på. Detta syns tydligt när man tittar på de inritade konfidensintervallen (för det sanna medelvärdet), som blir mycket vida i ändarna av detta spann.

Det skall också betonas att modeller framtagna på detta sätt återspeglar de samband som råder just i den använda datamängden. Sådana samband kan vara förklaringen till att den framtagna modellen för bergmassans deformationsmodul har ett utseende som ur bergmekanisk synpunkt verkar ologisk. Enligt modellen gäller ju nämligen att en ökning av E_c medför en minskning av E_m vid ett och samma RQD. Orsaken till att modellen har detta utseende har inte utretts närmare, men kan bero på ingående data och kan alltså ändras om man får mer data! Det är alltså viktigt att komma ihåg att man kan få begränsningar i giltigheten som orsakas av "snäva" indata.

8 SLUTSATSER

I denna rapport har gjorts en genomgång av den statistiska metodik som kallas regressionsanalys.

Denna analys har sedan tillämpats på ett bergtekniskt material och samband har erhållits mellan vissa parametrar.

Även om resultatet kanske inte är helt entydigt kan vissa slutsatser dras:

- För att inte resultatet ska bli statistiskt svagt måste man förutsätta ett bergmekaniskt kunnande.

Att bara tillämpa statistik och därigenom hoppas få fram ett samband är riskabelt och kan leda till felaktiga slutsatser.

- Ett större antal observationer krävas

Antalet tillgängliga observationer har varit begränsat, vilket inneburit att statistiskt säkra samband ej kunnat erhållas.

En jämnare spridning på den oberoende variabeln skulle dock göra regressionen säkrare.

9 SUMMARY

Today, the rock mechanics engineer has at his disposal several powerful computer based tools, e.g. FEM, BEM and FDM.

However, in order to be able to use these tools, data is needed. Relevant measurements of, say, rock mass shear strength and/or moduli are often scarce, and it is necessary to estimate them from other types of measurements, such as RQD, which are more common.

An important question is then: "How to estimate the needed parameter from available data and how accurate will the estimate be?"

This report addresses these problems in the following way:

Data were collected from several cases which are listed in Appendix 2.

For every case, the sought parameters for rock mass shear strength σ_{cm} (SIGCM) and deformation modulus E_m (EM) were measured or back-calculated and could thus be considered as known.

In addition to these, several other parameters were determined. The data is summarized in Appendix 1.

In order to determine any relationship that might exist between the two parameters (SIGCM) and (EM) and one or more of the other measured parameters the statistical method of linear regression analysis was used.

With this method, the aim is to try to determine the best estimate from a relationship of the type

$$Y = a + \sum \beta_i x_i$$

i.e. the sought parameter is estimated as a weighted sum of the measured parameters. i.e. a straight line.

"Best" is interpreted as the line where the squared sum of deviations of the measured points from the line is minimum, see Appendix 3, Fig.2.

The accuracy of the estimate can be calculated in the form of confidence intervals. It should be carefully observed, however, that the intervals usually given in the literature (and built into computer programs) state the accuracy of the mean of repeated estimates. For engineering purposes, a single case estimate is usually desired. The confidence interval for such a prediction is necessarily much wider than for the mean value. This is illustrated in Fig.4.5 and 4.6 (point estimate) for the relationship between σ_{cm} and RQD. Relevant formulae are given in Appendix 5.

After a thorough statistical analysis of the "raw" data it was deemed necessary to transform the data using rock mechanics principles.

The complete discussion is found in Chapter 7.7 and gives the two equations:

$$\log E_m \propto \log E - \log(1 + E/(k \cdot RQD \cdot k_n))$$

$$\ln \sigma_{cm} \propto 2 \ln R_{\text{het}} - \ln RQD$$

(logarithms are used in order to get a linear relationship)

The relationships as determined by linear regression are:

$$\ln(E_m) = 5,32 - 3,34 \ln[1 + E_c/RQD] \text{ and}$$

$$\ln(\sigma_{cm}) = 1,42 \ln(RQD) - 3,62$$

with confidence intervals for the mean as shown on page 75.

It should be pointed out that these results are conditional on the data used!

Another selection of data, or additions to the set used, might change the relationship and also the confidence intervals.

Two main conclusions are:

- Without a sound foundation in rock mechanics the interpretation will be weak in a statistical sense.

Just applying statistical procedures in the hope of finding a relationship is risky and the conclusions might be misleading.

- A larger number of observations is needed

From a statistical point of view, the number of observations (cases), about 20, is small. This is evident from the rather weak relationships that have been found.

Evenly spread observations would also be helpful in making the confidence interval more narrow along the regression line.

CASE	EM	VOLE	INSP	SPNIVA	SPKVOT	BERGART	METAKONS	VITTRING	EC	SPROCHET	ROD	FRACNUM	FRACDIST	SMALLRA	BIGRA	FRACCOAT	FRACLEN	INDATA DEFORMATIONSMODUL			
																		ALFA	VATTEN	QDEF	ANM
1	20	450	4	7,5	2	1	3	2	76	2	70	3	0,2	2	1	2	2	0	2	1	SFRSILO
2	1,5	72	4	1,6	1,2	1	1	3	71	2	25	3	0,05	3	1	4	3	10	4	1	SPRTUNNL
3	28	216	4	0,8	0,8	1	3	1	53	2	85	1	1,1	1	1	1	1	25	2	1	BERGRUM
4	40	450	4	20	1,7	1	2	1	40	2	45	5	0,1	2	2	1	2	45	3	3	BERGRUM
5	38	397	4	6,2	2,7	1	3	1	38	2	100	2	1	1	1	1	1	85	2	3	BERGRUM
6	15	191	4	2	0,33	2	2	1	70	2	70	4	0,1	1	2	1	3	0	2	4	TUNNLAR
7	26	20	4	8,6	1,2	1	3	1	70	1	80	3	0,2	1	2	2	3	20	2	1	TUNNLAR
8	5	5,4	4	2,6	1	2	2	2	8,4	3	5	3	0,025	2	2	2	3	10	2	1	TUNNEL
9	52	1,3	1	0	0	1	3	1	57	2	62	2	0,08	2	1	3	3	25	2	1	STRIPA
10	50	4	1	0	0	1	3	2	60	2	95	3	0,35	2	2	1	2	40	2	2	CSMBLOCK
11	38	20	2	10	4,2	2	1	1	50	1	100	2	0,75	2	2	1	3	90	1	1	PELARE
12	30	116	2	11	2,9	2	1	1	42	1	80	2	0,3	2	2	1	3	90	1	1	PELARE
13	20	52	2	8,2	2,3	2	1	1	100	1	95	3	1	2	1	1	3	90	1	2	PELARE
14	20	18	2	11,5	1,3	2	1	1	100	1	95	3	0,75	2	1	1	3	90	1	2	PELARE
15	50	68	2	9,7	5,9	2	1	1	50	1	95	1	0,75	1	2	1	3	0	2	2	PELARE
16	50	20	4	12,5	0,3	2	1	1	50	1	85	2	0,5	2	1	3	3	40	2	4	ORT
18	95	140	2	2,2	0,3	2	2	1	95	1	95	2	1	1	2	3	3	0	1	2	PELARE
19	95	90	2	5,9	0,3	2	2	1	95	1	100	1	10	1	1	1	3	0	1	2	PELARE
20	56	180	2	14,2	1,4	2	1	1	64	1	65	2	0,4	1	1	2	2	0	2	2	SKIVA

CASE	SIGCM	VOLC	INSP	SPNIVA	SPKVOT	BERGART	METAKONS	VITTRING	SIGC	SPROCHET	ROD	FRACNUM	FRACDIST	SMALLRA	BIGRA	FRACCOAT	FRACLEN	INDATA HÅLLFASTHET			
																		ALFA	VATTEN	QHALLF	ANM
1	10	225	4	7,5	2	1	3	2	24	2	70	3	0,2	2	1	2	2	0	2	2	SILO
2	0,7	36	4	1,6	1,2	1	1	3	133	2	25	3	0,05	3	1	4	3	10	4	2	TUNNLAR
3	12	108	4	0,8	0,8	1	3	1	108	2	85	1	1,1	1	1	1	1	25	2	2	BERGRUM
4	12	225	4	20	1,7	1	2	1	64	2	45	5	0,1	2	2	1	2	45	3	4	BERGRUM
5	55	198	4	6,2	2,7	1	3	1	112	2	100	2	1	1	1	1	1	85	2	4	BERGRUM
6	1	95	4	2	0,33	2	2	1	115	2	70	4	0,1	1	2	1	3	0	2	4	TUNNLAR
7	52	10	4	8,6	1,2	1	3	1	175	1	80	3	0,2	1	2	2	3	20	2	2	TUNNLAR
8	0,6	2,7	4	2,6	1	2	2	2	37	3	5	3	0,025	2	2	2	3	10	2	2	TUNNEL
9	7,4	1,3	1	0	0	1	3	1	202	2	62	2	0,08	2	2	3	2	25	2	1	STRIPA
11	28	20	2	10	4,2	2	1	1	210	1	100	2	0,75	2	2	1	3	90	1	1	PELARE
12	21,6	116	2	11	2,9	2	1	1	175	1	80	2	0,3	2	2	1	3	90	1	1	PELARE
13	22,2	52	2	8,2	2,3	2	1	1	165	1	95	3	1	2	1	1	3	90	1	1	PELARE
14	26	18	2	11,5	1,3	2	1	1	126	1	95	3	0,75	2	1	1	3	90	1	2	PELARE
15	21,5	68	2	9,7	5,9	2	1	1	240	1	95	1	0,75	1	2	1	3	0	2	1	PELARE
16	20	10	4	12,5	0,3	2	1	1	80	1	85	2	0,5	2	1	3	3	40	2	4	ORT
17	1,8	2870	1	1	0	1	2	1	175	2	75	5	0,4	2	1	2	3	15	3	1	SLANT
18	17	140	2	2,2	0,3	2	2	1	140	1	95	2	1	1	2	3	3	0	1	1	PELARE
19	31,3	90	2	5,9	0,3	2	2	1	140	1	100	1	10	1	1	1	3	0	1	1	PELARE
20	100	180	2	14,2	1,4	2	1	1	154	1	65	2	0,4	1	1	2	2	0	2	2	SKIVA
21	99	130	2	12,5	2,6	2	1	1	193	1	80	2	0,15	1	2	1	3	0	1	1	SKIVA

Bilaga.2 Referenslista över studerade case

CASE

REFERENS

- 1 Stille, H, Fredriksson, A, Widing, E, Åhrling, G.FEM-analys av silo med anslutande tunnlar. SKB, Arbetsrapport SFR 85-05, Vattenfall september 1985.
- 2 Stille, H, Delin, P. SFR-tunnlar - Stabilitet vid passage av Singölinjen. Prel. Rapp. Inst för jord- och bergmekanik, KTH. Stockholm, nov. 1984.
- 3 Hahn, T, Stille, H. Bergrum med 30 m spännvidd.Bergmekaniska erfarenheter. BeFo 83:1/84, Stockholm, 1984.
- 4 Forzano, G, Frassoni, A, Moro, T, Rossi, P.P och Vallino, G. The Edolo Underground Power Station.Proc. of the Int. Symp. of Large Rock Caverns in Helsinki, Finland 1986. Vol. 1, p 67-80.
- 5 Legge, T.F.H, Richards, L.R. and Pound, J.B.Kiambere Hydro Electric Project Cavern: Rock Mechanics Aspects. Proc. of the Int. Symposium of Large Rock Caverns in Helsinki, Finland 1986. Vol. 1, p. 159-170.
- 6 Cravero, M, Grasso, P. Iabichino, G, Pelizza, S. Methodology for Calculation and Field Checking Adopted for a Complex Configuration for an Underground Highway Interchange (Como, Italy). Proc.of the Int. Symp. of Large Rock Caverns in Helsinki, Finland 1986. Vol. 2, p. 1235-1246.
- 7 Heuze, F.E, Patrick, W.C, Butkovich, T.R,Peterson, J.C, de la Cruz, R.V, Voss, C.F. Rock Mechanics Studies of Mining in the Climax Granite.

Int. Jn Rock Mech.Min.Sci & Geomech. Abstr.
Vol.19, p. 167-183, 1982.

- 8 Ward, W.H., Coats, D.J, Tedd, P. Performance of Tunnel Support Systems in the Four Fathom Mudstone Tunnelling -76. Inst. of Met. and Min., London.
- 9 Thorpe, R, Watkins, D.J, Ralph, W.E, Hsu, R. and Flexer, S. Strength and Permeability Tests on Ultra-large Stripa Granite Core. Swedish-American cooperative program on radioactive waste storage in mined caverns in crystalline rock. Technical Information report No. 31. Lawrence Berkeley Laboratory, University of California, sept. 1980.
- 10 Savilahti, T, Stephansson, O. SKB - Berggrundens Stabilitet, Validation of HNFEMP by Use of the CSM Div. of Rock Mechanics, Luleå University, of Technology, January 1988.
- 11 Pelare i Laisvallgruvan, omr. 55. Genomgång av Boliden Mineral AB:s arkiv samt muntlig information (P-E Söder och Norbert Krauland).
- 12 Pelare i Laisvallgruvan, omr. 7. Genomgång av Boliden Mineral AB:s arkiv samt muntlig information (P-E Söder och Norbert Krauland).
- 13 Pelare i Stekenjokkgruvan, omr. 5050 och 1252. Genomgång av Boliden Mineral AB:s arkiv samt muntlig information (P-E Söder och Norbert Krauland).

Krauland, N, Söder, P-E. Slutbrytningsplanering Stekenjokk, område 55050 och 1252.
Bergmekanikrapport 1/85, Boliden Mineral AB, jan. 1985.
- 14 Pelare i Stekenjokkgruvan, omr 6051, sektion 708-734. Genomgång av Boliden Mineral AB:s arkiv samt

muntlig information (P-E Söder och Norbert Krauland).

Söder, P-E. Beräkning av pelaravsättning mellan sektion 734 och 708. Bergmekanikrapport 6/85, Boliden Mineral AB, sept 1985.

- 15 Pelare i Laisvallgruvan, Södra Strand. Genomgång av Boliden Mineral AB:s arkiv samt muntlig information (P-E Söder och Norbert Krauland).

- 16 Ramp i Stekenjokkgruvan, rampr 3. Genomgång av Boliden Mineral AB:s arkiv samt muntlig information (P-E Söder och Norbert Krauland).

Kleve, S. Försök med avlastningssprängning i Stekenjokk, ramp 3, februari 1986.
Bergmekanikrapport 6/86, Boliden Mineral AB, okt 1986.

- 17 Hängväggsras i Långselegruvan. Genomgång av Boliden Mineral AB:s arkiv samt muntlig information (P-E Söder och Norbert Krauland).

Eriksson, C, Krauland, N. Bergmekaniska synpunkter på hängväggsraset i Långselegruvans skivpallsområde. Bergmekanikrapport 7/75, Boliden Mineral AB, nov 1975.

- 18 Pelare i Marmorilikgruvan. Omr a. Muntlig information (P-E Söder).

Krauland, N, Söder, P-E. Determining Pillar Strength from Pillar Failure Observation. Boliden Mineral AB, Reprint from Engineering and Mining Journal, August 1987.

- 19 Pelare i Marmorilikgruvan, omr e. Muntlig information (P-E Söder).

Krauland, N, Söder, P-E. Determining Pillar Strength from Pillar Failure Observation. Boliden

Mineral AB, Reprint from Engineering and Mining Journal, August 1987.

- 20 Mellanskiva i Renströmsgruvan. Muntlig information (Staffan Sandström).

Borg, T, Lindblad, J, Sandström, S. Prognos av brytningsförhållanden i Renströmsgruvan. Delrapport 2: Geomekanisk modell av Renströmsgruvan. Bergmekanikrapport 8/87, Boliden Mineral AB, 1987.

- 21 Borg, T. Prediction of Rock Failures in Mines with Application to the Näsliden Mine in Northern Sweden. Doctoral Thesis 1983:26D, Luleå University of Technology, Division of Rock Mechanics.

Agmalm, G. Näsliden. Utvärdering av mätningar och FEM-prognos. Bergmekanikrapport 1/88, Boliden Mineral AB, mars 11988.

Nyström. A.
Examensarbete, Avd för Bergmekanik, Högskolan i Luleå.

Bilaga 3 Statistisk modell: linjär regression

För att förenkla diskussionen görs den först för en enkel regression. Principerna är de samma för en multipel regression. Sedvanliga statistiska beteckningar används, dvs variabler betecknas med versaler (t.ex Y) medan observationer och utfall betecknas med gemena (t.ex y).

Den teoretiska regressionskurvan kan definieras ur följande:

Vi har två variabler X och Y .

Kurvan över medelvärdet av Y givet $X=x$; $mY|x$ kallas för regressionen av Y på X .

Denna teoretiska kurva behöver inte vara linjär.

Vi vill nu skatta regressionskurvan ifrån observerade data. Vi vill göra detta på ett sådant sätt att vi dels får den "bästa" möjliga skattningen av den verkliga kurvan, dels inför så få villkor och förutsättningar som möjligt.

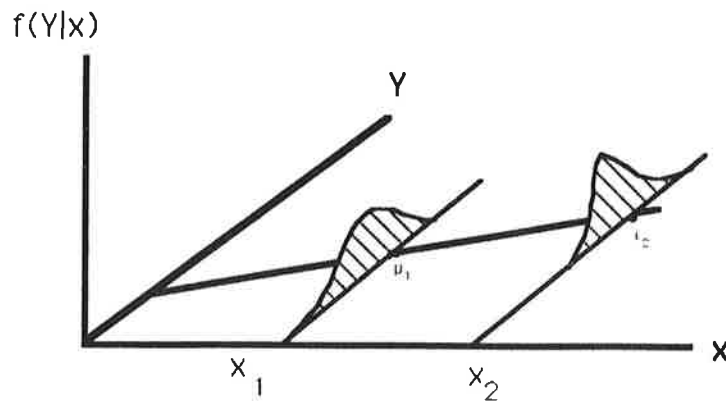
Följande förutsätts primärt:

- o Den verkliga kurvan är linjär i såväl den oberoende variabeln som i parametrar dvs den är av formen $Y = \alpha + \beta x$.

Denna kurva kan också beskrivas som medelvärdet av tänkbara utfall y_i av den beroende variabeln för ett och samma värde x_i .

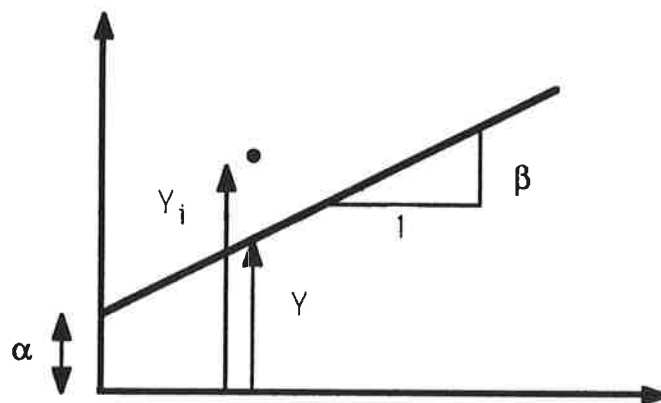
$E(Y_i) = \alpha + \beta x_i$, se figur 3.

- o Variablerna Y_i är statistiskt oberoende
- o Täthetsfördelningarna $f(Y_i|x_i)$ har samma varians σ^2 för alla x_i .



Figur 1 Regressionens princip

För att få bästa möjliga anpassning av en rät linje till uppmätta data söker vi den linje som minimerar kvadratsumman av avvikelserna mellan observerade och beräknade värden.



Figur 2. Minsta kvadratmetoden.: Kriterium: $\sum (Y - Y_i)^2 = \min.$

Parametrarna i ekvationen för linjen har följande uttryck:

Lutning:
$$\beta = \frac{\sum x_i Y_i - n \bar{x} \cdot \bar{Y}}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2}$$

Intercept med Y-axeln:
$$\alpha = \bar{Y} - \beta \cdot \bar{x}$$

Det bör framhållas att eftersom lutningsfaktorn β kan tolkas som en viktad summa av y-värden med vikten proportionell mot x_i , så kommer "outliers" att få en stor betydelse vid skattningen eftersom deras

få en stor betydelse vid skattningen eftersom deras x_i ligger långt från medelvärdet och de därför får en stor "hävarm" .

Med minsta kvadratmetoden gör man en anpassning av en rät linje till ett antal kända punkter. Den linje som bestäms på detta sätt är inte nödvändigtvis den "sanna" linjen eftersom mätta data har en spridning runt medelvärdet. Vi får alltså beroende på antal punkter, deras representativitet etc en mer eller mindre god skattning av den "sanna" linjen.

Man kan beskriva detta genom att beskriva avvikelserna av den stokastiska variabeln Y_i från dess medelvärde

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + E_i$$

I ekvationen är E_i en felterm, med en för oss okänd fördelning. Vi gör dock antagandet att den har medelvärdet 0 och en konstant varians σ^2 .

Denna felterm uppkommer av två orsaker:

- o Mätfel. Det kan föreligga mätfel vid mätningen av den beroende variabeln.
- o Stokastiska fel beroende på att vi inte tagit hänsyn till alla inverkanse faktorer, till att det finns små variationer i den oberoende variabeln o.s.v.

Vi känner inte den verkliga regressionslinjen

$$Y = \alpha + \beta x$$

utan bara en skattning, ett estimat

$$Y = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x$$

Vi kan därför vilja göra uttalanden om hur nära vår skattning kommer den verkliga linjen och även som en följd göra uttalanden om hur bra vi kan bestämma

medelvärde Y och enskilda värden Y_i givet ett värde på x .

Den "naturliga" skattningen är väntevärdet Y , men eftersom vi har en variation kring detta värde för varje x , så vill vi också hur stora avvikelser från Y som vi rimligen kan förvänta oss.

För att det skall vara möjligt att göra dessa uttalanden måste vi kunna uttala oss om både α och β , vad gäller deras medelvärden och varianser och hur bra våra skattningar av dem är.

Vi måste nu införa ytterligare ett villkor:

Felet E_i är normalfördelat $N(0, \sigma^2)$.

Eftersom Y_i är en linjär funktion av E_i innebär detta villkor att även Y_i är normalfördelade med variansen σ^2 .

Detta innebär att osäkerheten i både fel och i den beroende variabeln skall vara konstanta och alltså inte en funktion av den oberoende variabeln, t.ex öka när den oberoende variabeln ökar.

Sammanfattning:

Med enkel linjär regression kan man ur data bestämma en modell där väntevärdet av den beroende variabeln är en linjär funktion av den oberoende variabeln.

Detta görs vanligen med minsta kvadratmetoden. Den ger en modell där linjens lutning är en viktad summa av observationer av den beroende variabeln

Följande antaganden görs:

- o De oberoende variablerna Y_i är oberoende
- o Sannolikhetstäthetsfördelningarna $f(Y_i|x_i)$ har samma varians σ^2 för alla x_i .

Ur modellen kan utsagor göras om väntevärdet av Y när den oberoende variabeln är känd.

Om man dessutom vill göra uttalanden om hur bra ut-sagan är eller om man vill göra uttalanden om fördelningen av Y_i görs även följande antagande:

- o Samtliga Y_i och feltermen E_i är oberoende och normalfördelade med den konstanta variansen σ^2 .

Viktigt är, att man kan betrakta den oberoende variabeln på två sätt, som både leder fram till samma matematiska resultat.

I den ena modellen, se Benjamin & Cornell (1970), är x en icke-stokastisk variabel som kan variera från försök till försök. Modellen säger att det finns ett funktionellt samband mellan medelvärdet Y (av en stokastisk variabel) och variabeln x .

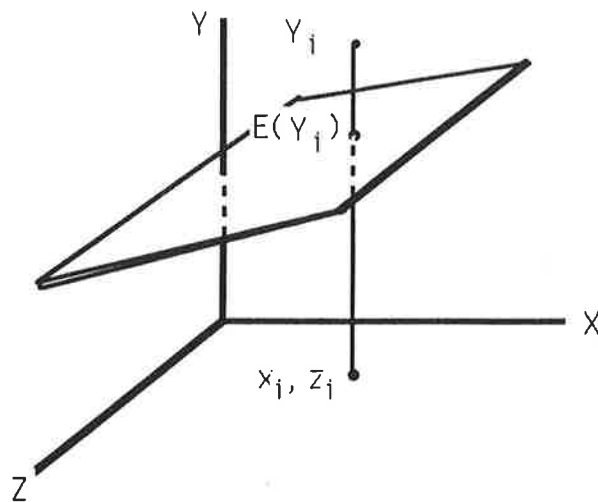
I den andra modellen är X en stokastisk variabel. Modellen beskriver i detta fall att betingade väntevärdet av den beroende variabeln, givet ett visst utfall av den oberoende variabeln.

Skillnaden mellan modellerna ligger främst i om man kan kontrollera den oberoende variabeln eller ej

Multipl regression

Man kan välja att göra regressionen med flera oberoende variabler. Vanligen gör man då en multipel linjär regression vilket är en utvidgning av den enkla linjära regressionen.

Man får då i stället för en regressionslinje ett plan (eventuellt ett hyperplan i flera dimensioner) som beskriver väntevärdet för den beroende variabeln:



Figur 3. Linjär regression med flera variabler

Planet har uttrycket:

$$E(Y) = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n$$

När man tillämpar minsta kvadratmetoden söks de värden på α och β_i som minimerar

$\sum (y_i - (\alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n))^2$ dvs minimerar summan av de kvadrerade avvikelserna mellan observerade värden på den beroende variabeln och ur modellen förutsagda värden.

Skillnaden mellan observerade och förutsagda värden förklaras med en stokastisk felterm E_i . Man får då

$$Y_i = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n + E_i$$

För denna felterm gäller som förut antagandet att den är normalfördelad $N(0, \sigma^2)$.

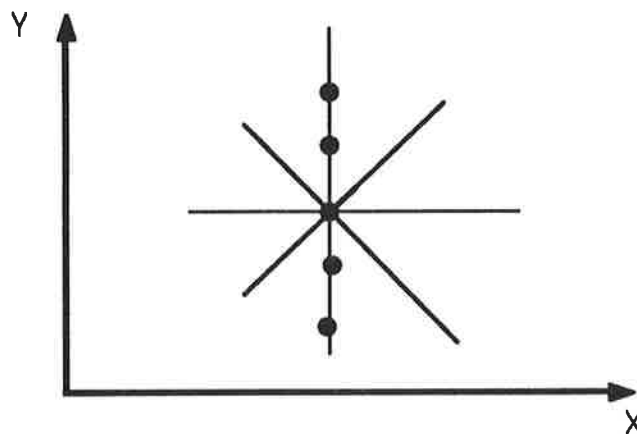
De olika feltermerna skall vara okorrelerade. De skall dessutom vara oberoende av x_i .

Ett problem som kan uppstå i multipel regression är multikollinearitet, ett fenomen som orsakas av att våra observationer av de oberoende variablerna har sådana värden (eller kombinationer av värden) att det är svårt att definiera regressionsplanet från dem.

Problemet kan enkelt åskådliggöras för fallet med enkel linjär regression:

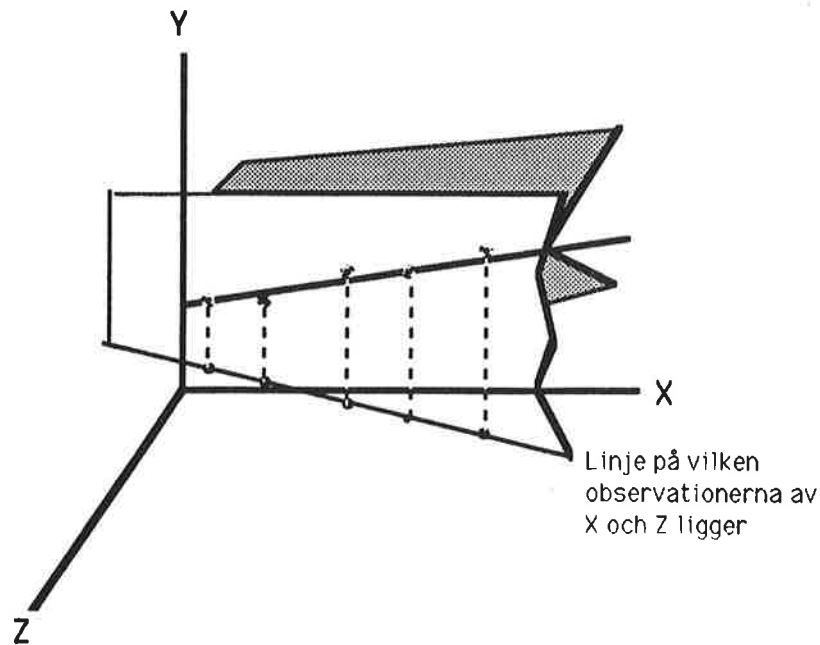
Antag att alla våra observationer av den oberoende variabeln X ligger på ett enda värde x_i , se figur 4. Då är en punkt på regressionslinjen definierad, nämligen medelvärdet $(\bar{X}, \bar{Y})$

men inte linjens lutning.



Figur 4. Obestämd regressionslinje på grund av liten spridning i X

Motsvarande kan inträffa vid multipel regression. I figur 5 visas hur man vid fallet med två oberoende variabler kan "tappa" en dimension om observationerna av de två oberoende variablerna ligger på en rät linje. Vi kan då inte längre med säkerhet definiera regressionsplanet utan endast skärningslinjen mellan alla tänkbara regressionsplan.



Figur 5 Multikollinearitet i multipel regression.

I verkliga tillämpningar är det osannolikt att de oberoende variablerna skulle falla på en perfekt rät linje som i figuren. Det kan dock ofta inträffa att variablerna visar en viss grad av samvarians, vilket bland annat gör att bestämningen av regressionsplanet blir mycket känslig för variationer i indata.

Man måste därför vara uppmärksam vid valet av oberoende variabler så att man inte får in sådana samband dem emellan. En vanlig fälla är att man väljer variabler som var och en för sig beror av någon tredje variabel (som inte nödvändigtvis ingår i regressionsanalysen.)

Bilaga 4 Dummyvariabler.

I många fall vill man i regressionsanalysen ta med kvalitativa värden, klassningar, i vårt fall till exempel bergart, som alltså är mätta i en nominalskala. Det sätt som vanligen används är att man använder siffror 1,2,3.. för att beteckna olika klasser i sin datasammanställning. När man gör regressionsanalysen arbetar man sedan med så kallade "dummy-variabler."

I det enklaste fallet har man bara två klasser och ger motsvarande variabel värdet 0 eller 1.

Låt W vara dummyvariabeln (bergart).

Man får en modell av typen:

$$E(Y) = a + \beta Z + gW$$

där $W=0$ för magmatiska bergarter och

$W=1$ för sedimentära

Genom att sätta in värdet på W får vi två ekvationer:

$$E(Y) = a + \beta Z \quad \text{för magmatiska bergarter och}$$

$$E(Y) = a + \beta Z + g \quad \text{för sedimentära.}$$

g representerar inverkan av bergarten.

Ur den multipla regressionsanalysen får vi två linjer som representerar sambandet för respektive bergart.

Det skattade regressionsplanet får ekvationen

Det skall observeras, att om man endast använder en variabel i en regression på hela datamängden så kan man få systematiska fel i regressionen. (Se Wonnacott

&Wonnacott (1977) sid 388ff). Man får troligen inte samma regressionslinje om man slår samman alla värden ("berg") som om man delar upp berget i olika klasser. Man skall observera att det regressionsplan som man passar in när man använder dummy-variabler är en sorts bästa anpassning när man använder alla data; det är inte bästa anpassningen när man behandlar bara sedimentära bergarter respektive bara magmatiska bergarter. Förfarandet har dock den fördelen att det blir färre parametrar som skall skattas ur en given datamängd, varför skattningarna blir säkrare. (Om man delar upp regressionen i två skall man skatta α och β för vardera bergarten, dvs fyra parametrar mot tre om man arbetar med dummy-variabel.)

Om den kvalitativa variabeln har flera klasser än två förfar man på ett liknande sätt. Man ansätter flera dummyvariabler, antalet är en mindre än antalet klasser. På motsvarande sätt förfar man om man har flera kvalitativa variabler än en.

När man använder dummyvariabler ökar man alltså antalet variabler som ingår i regressionsanalysen, men man får färre parametrar att skatta ur datamängden och därigenom säkrare skattning.

Man skall dock observera att de skattade värdena blir ett slags kompromiss jämfört med om man har tillräckligt material för att göra en uppdelning.

Bilaga 5 Formler för beräkning av konfidensintervall för enstaka utfall

I fallet när man bara har en oberoende variabel ges konfidensintervallet av

$$Y_0 = \hat{Y}_0 \pm t_{0.025} s \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{x_0^2}{\sum x_i^2} + 1}$$

där Student-t har $n - 2$ frihetsgrader.

I exemplet i avsnitt 4.6 fås:

$$t_{0.025} = 2,120 \quad (n = 18 \text{ således } 16 \text{ frihetsgrader})$$

variansen s^2 ges av uttrycket

$$s^2 = \frac{1}{n-2} \sum [Y_i - \hat{Y}_i]^2$$

som är en skattning av den sanna variansen σ^2 .

För en multivariat regressionslinje kan motsvarande konfidensintervall för en enstaka observation tecknas (Se Johnson & Wichern, 1982, sid 311):

$$Y_0 = \hat{Y}_0 \pm t_{n-r-1} \left(\frac{\alpha}{2} \right) \sqrt{s^2 \left(1 + \mathbf{x}_0' (\mathbf{X}' \mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_0 \right)}$$

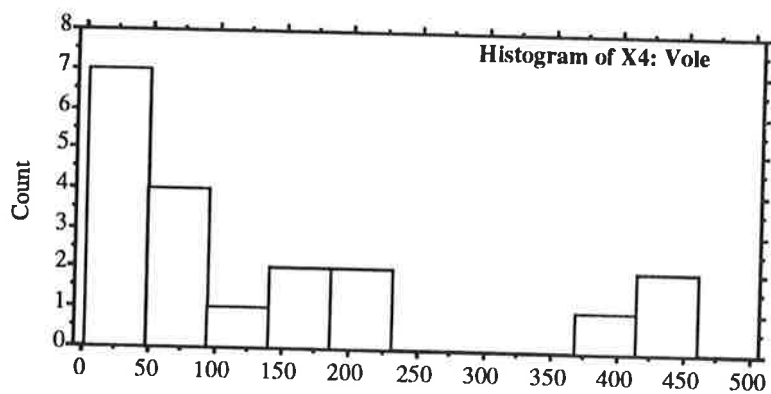
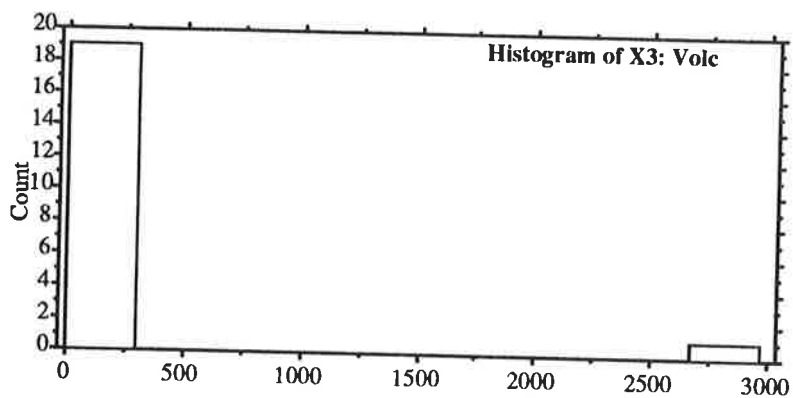
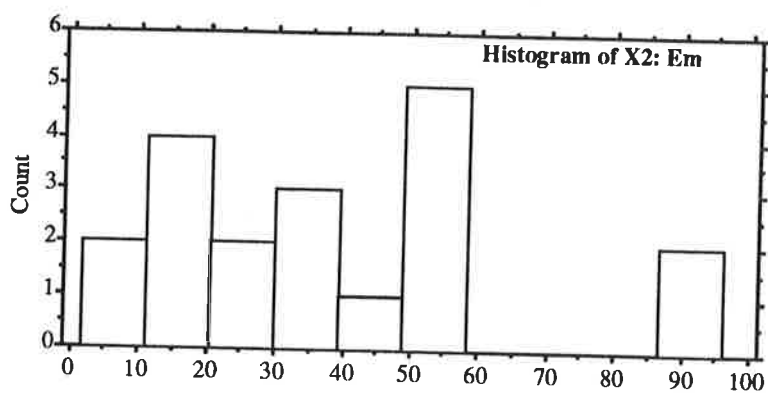
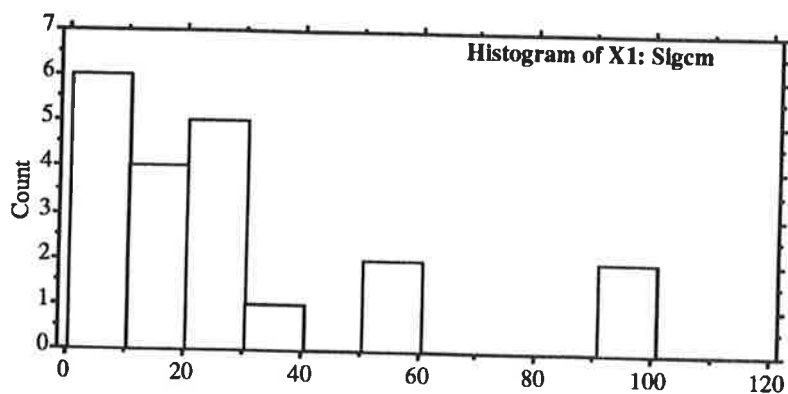
där t_{n-r-1} är övre $100(\alpha/2)$ percentilen av en t-fördelning med $n-r-1$ frihetsgrader

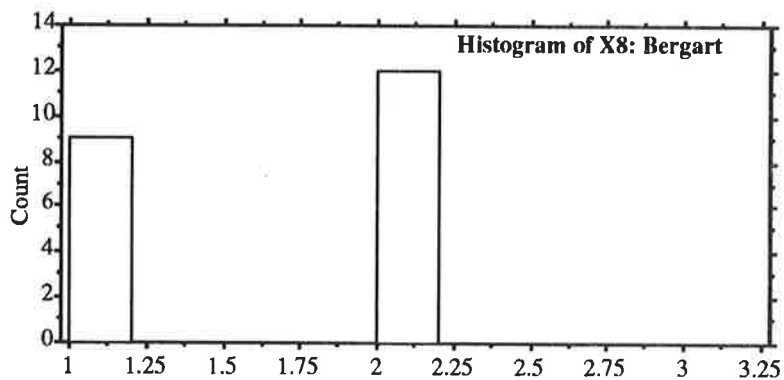
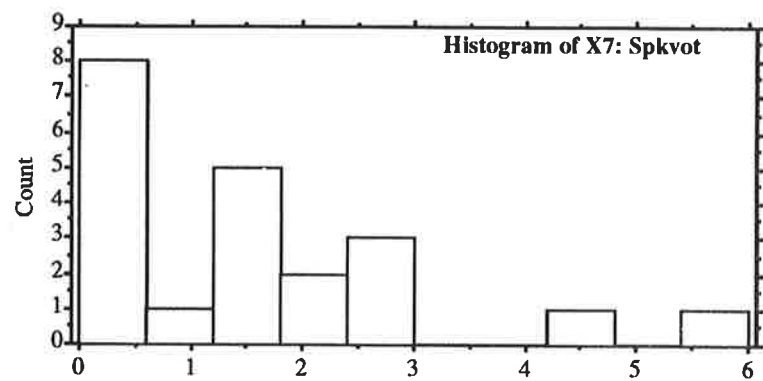
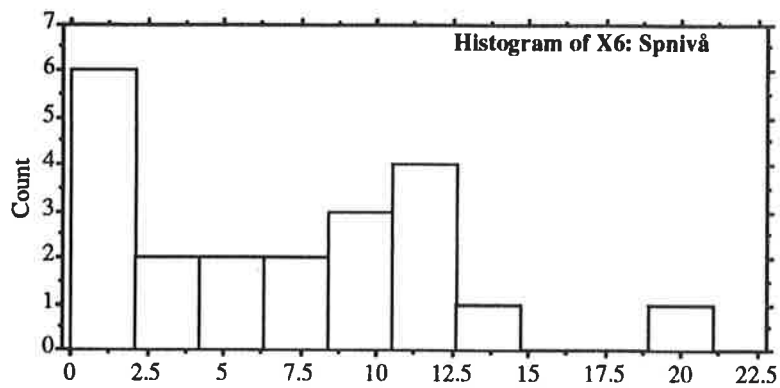
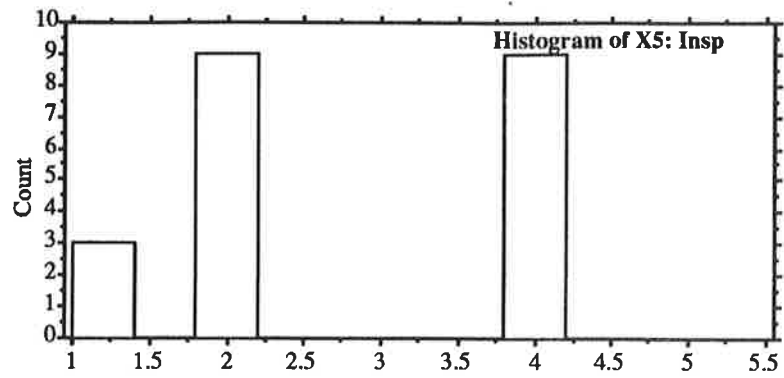
n är antalet prov

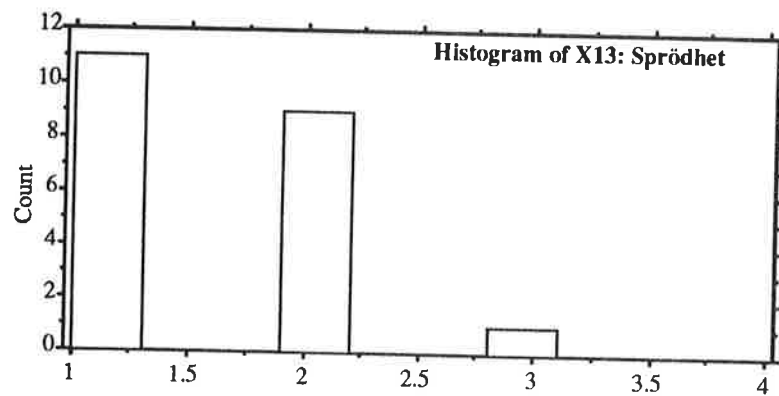
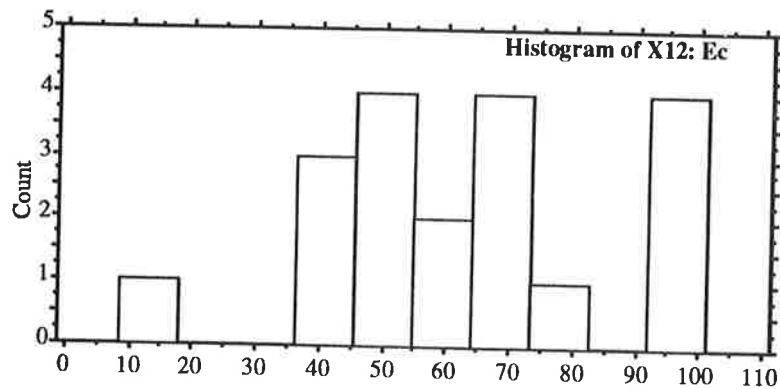
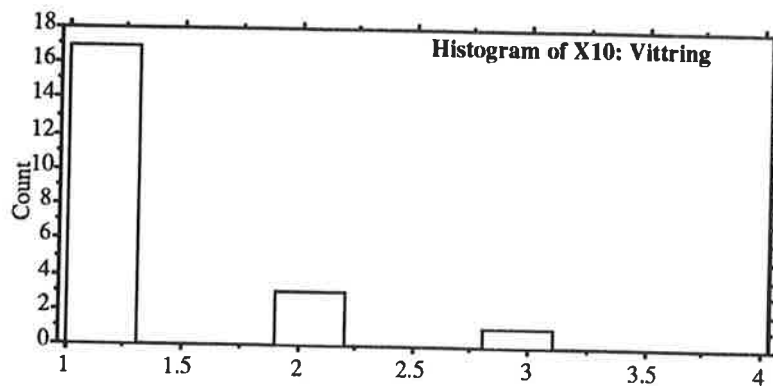
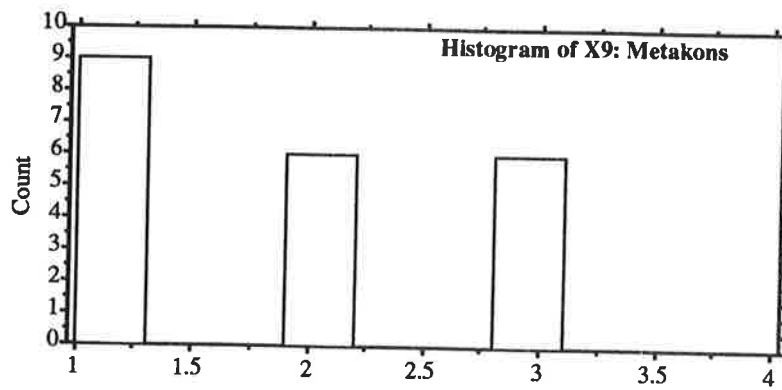
$r-1$ är antalet oberoende variabler och

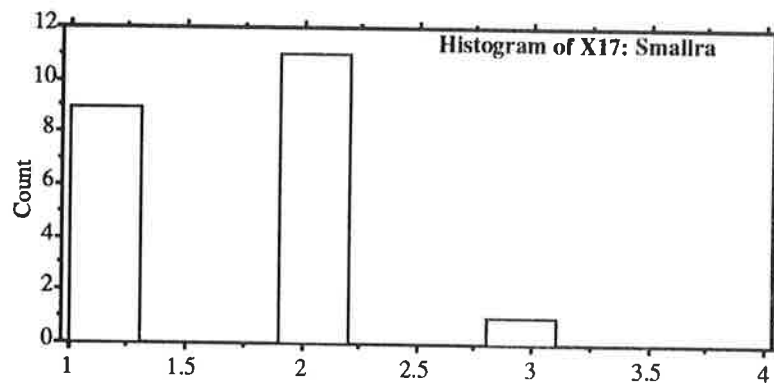
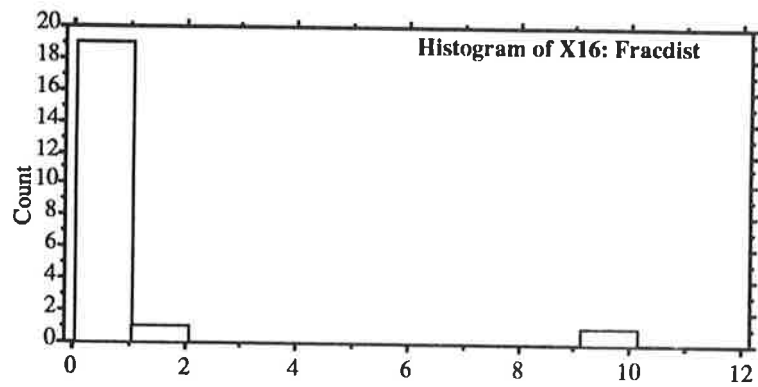
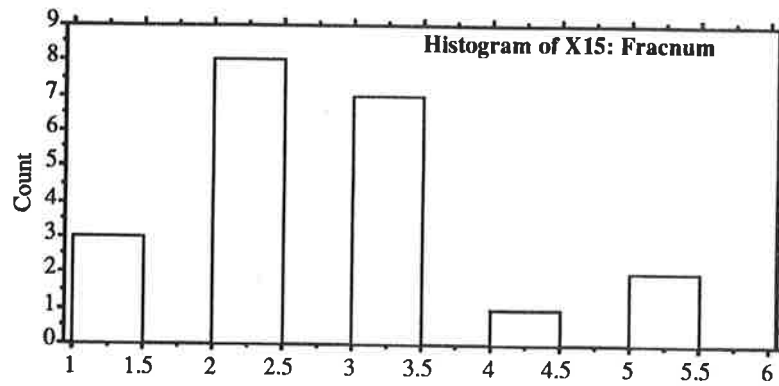
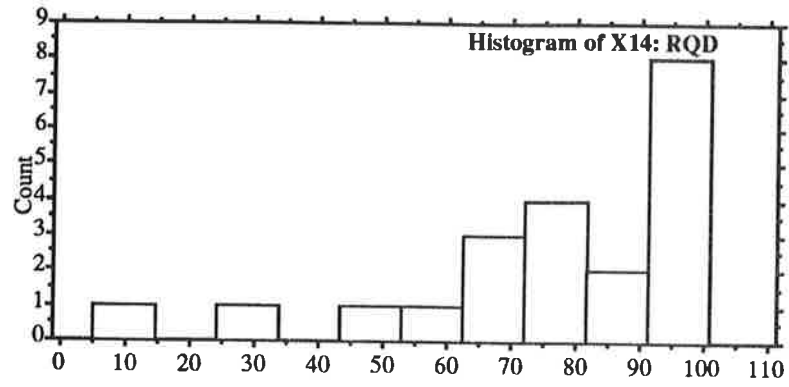
s beräknas ur residualtermerna på samma sätt som tidigare fast man dividerar med $n-r-1$.

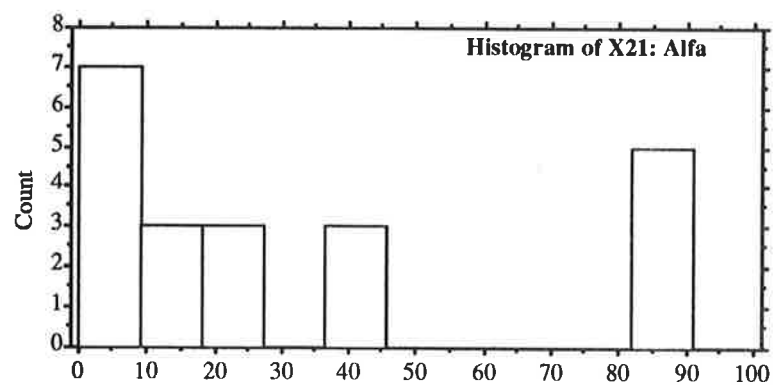
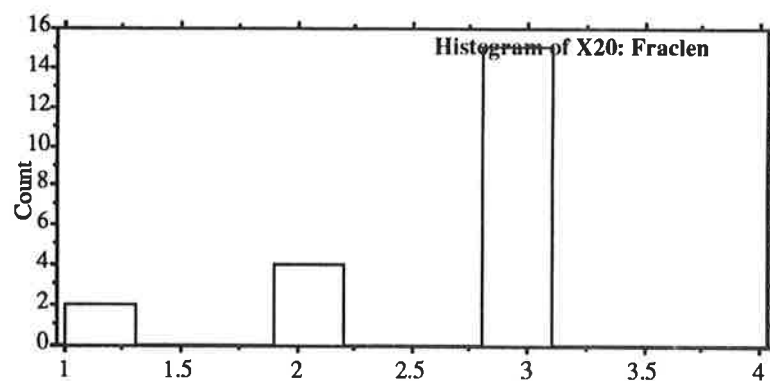
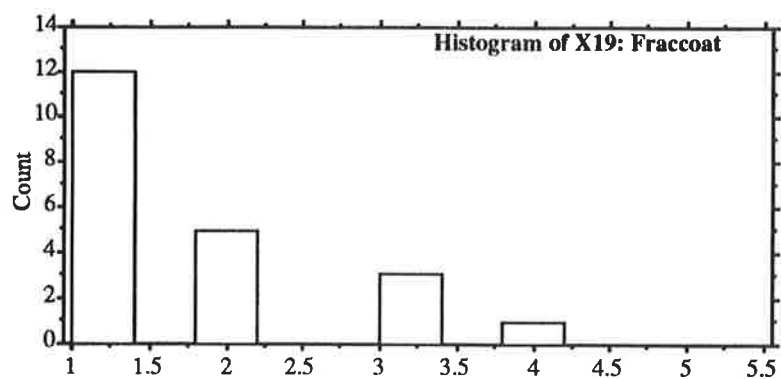
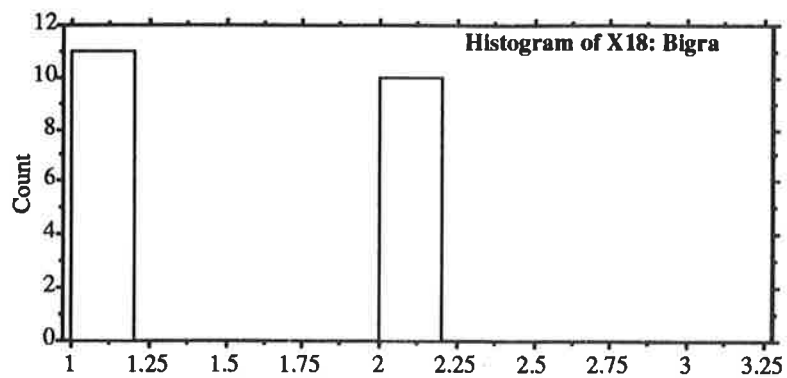
Bilaga 6 Histogram över ingående parametrar

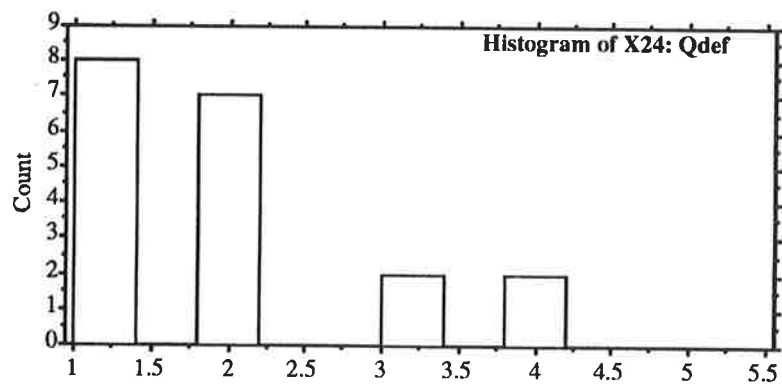
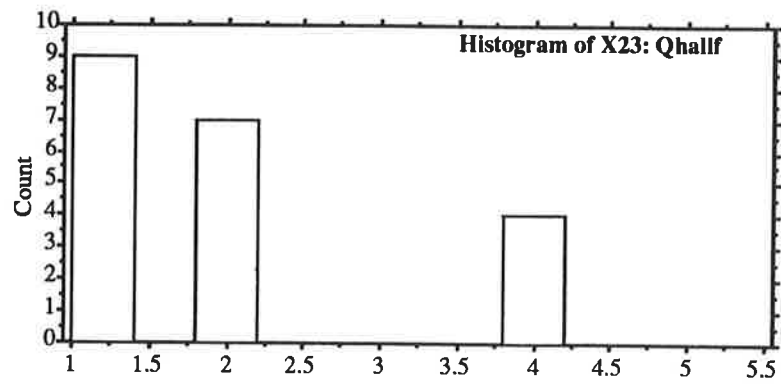
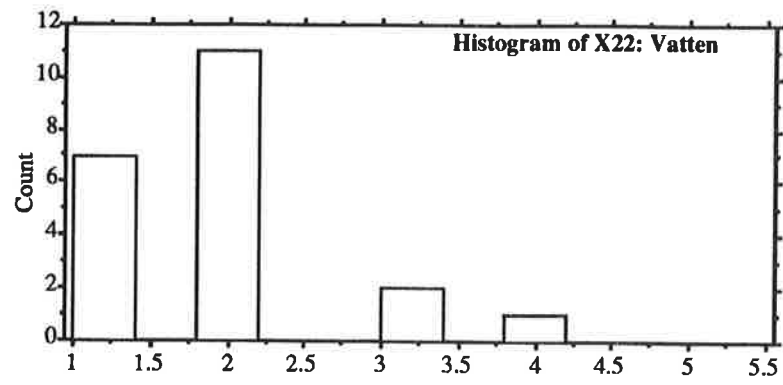






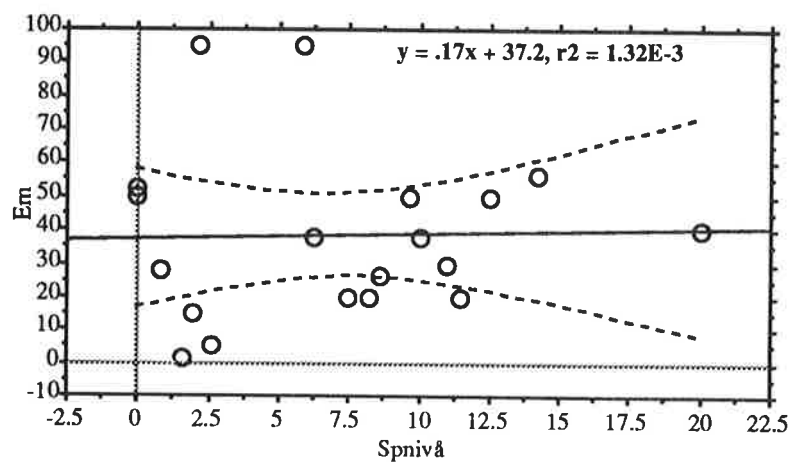
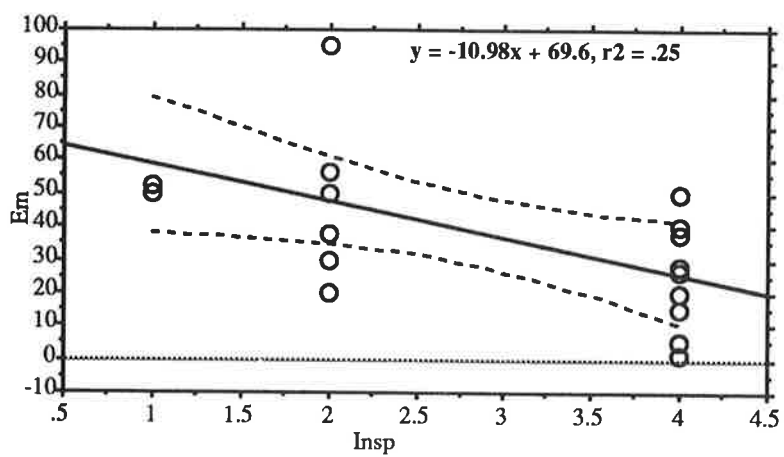
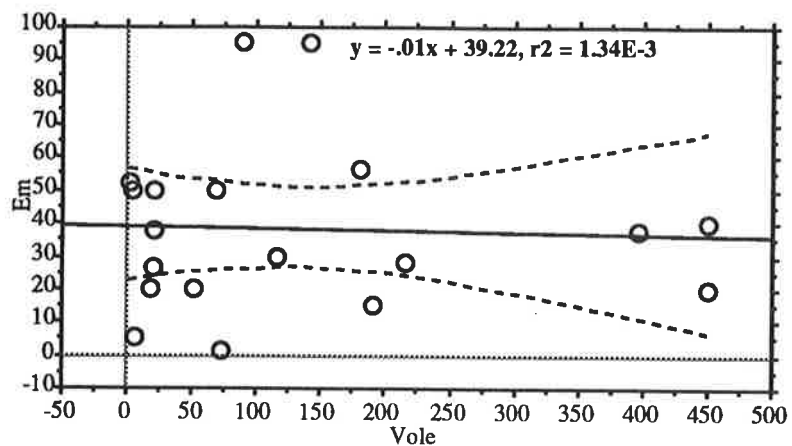


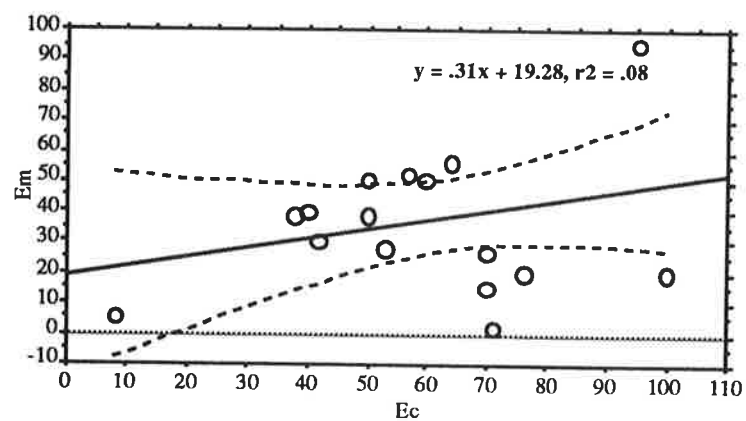
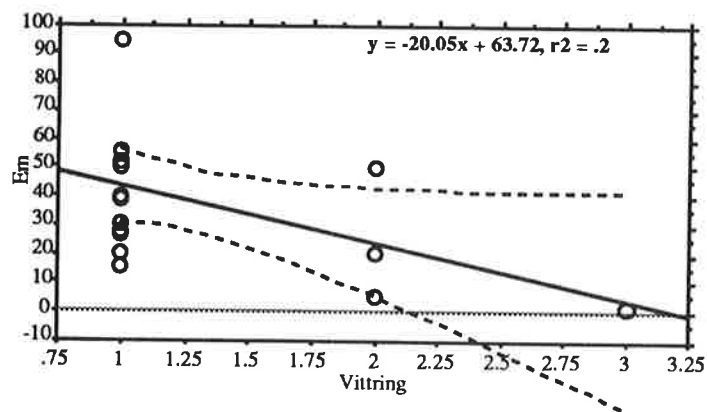
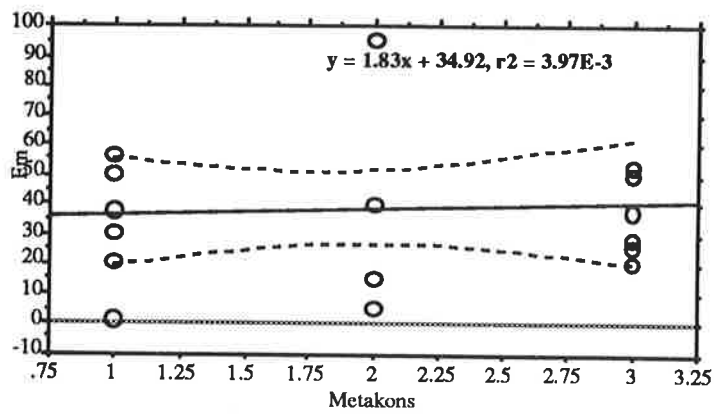
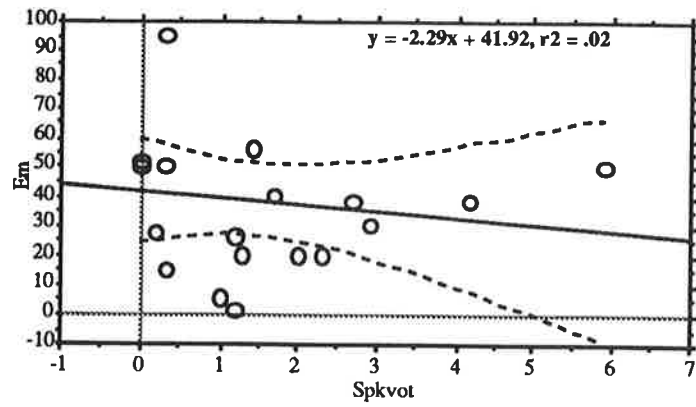


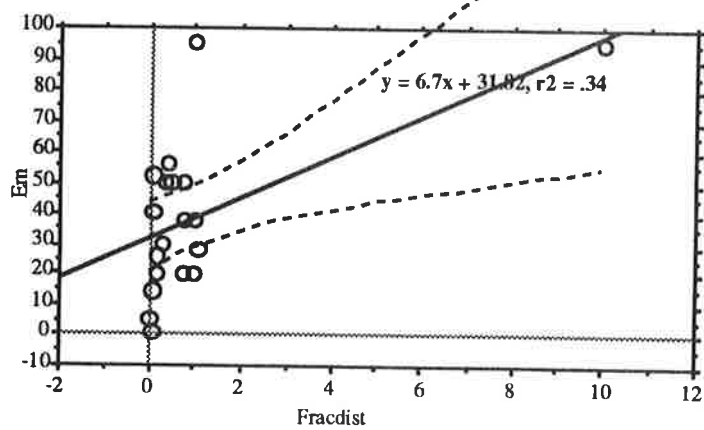
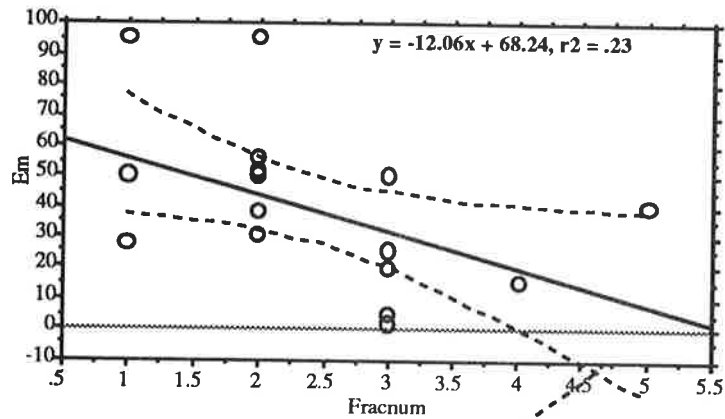
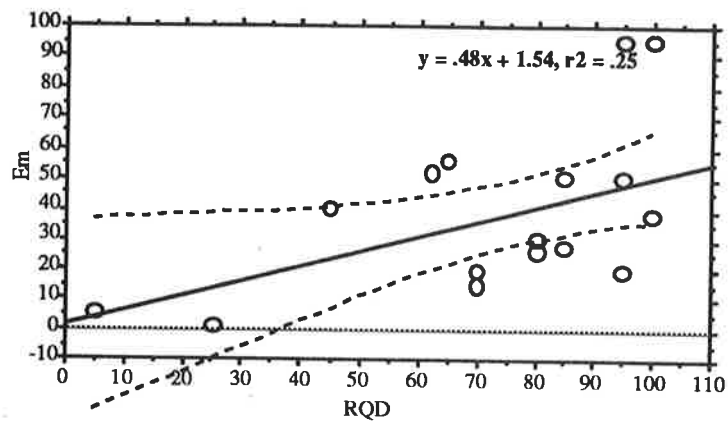
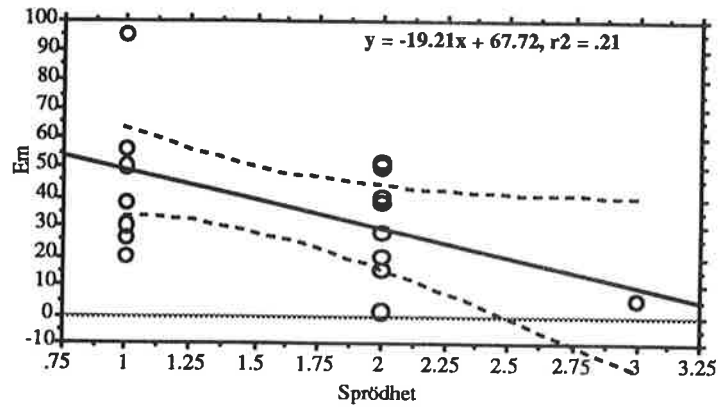


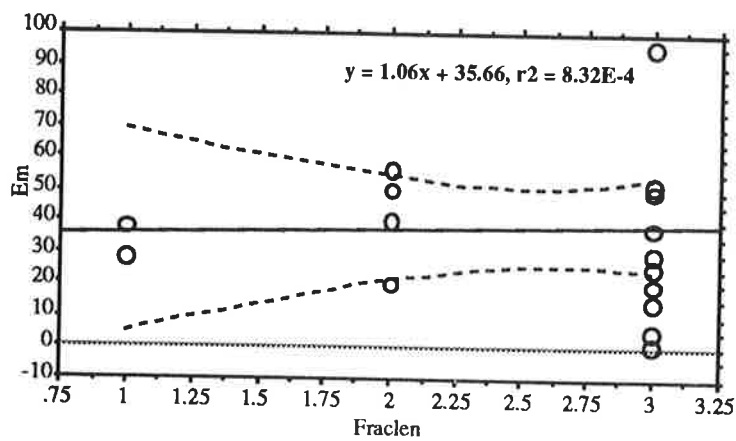
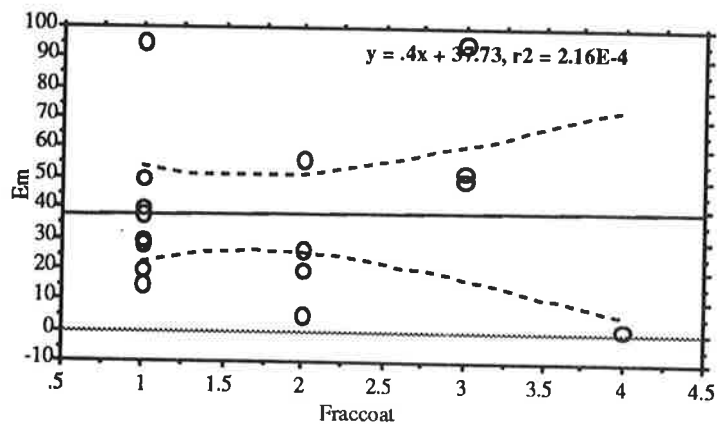
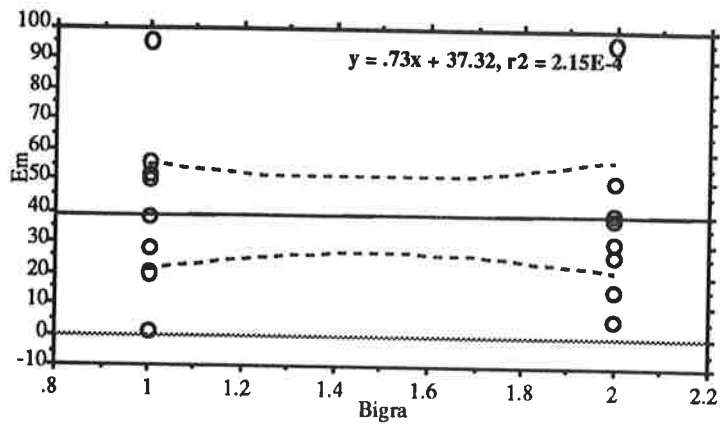
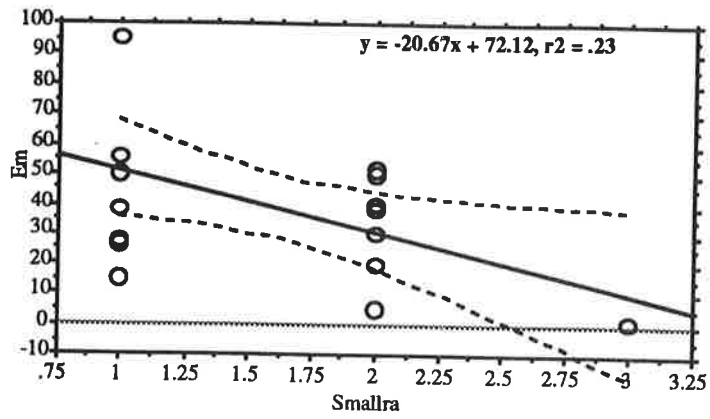
**Bilaga 7 Enkel regressionsanalys.
Samtliga variabler**

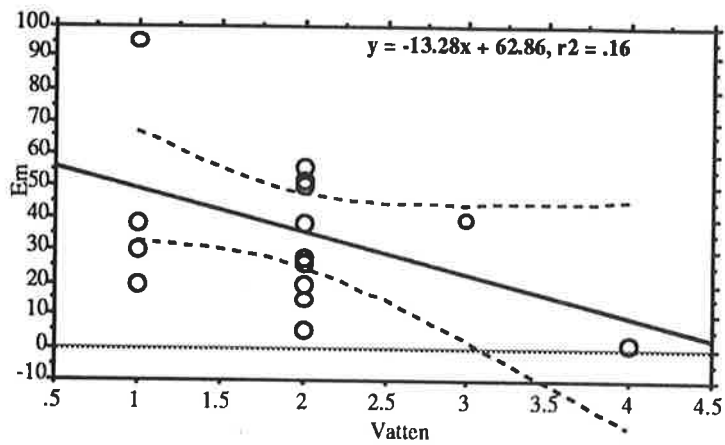
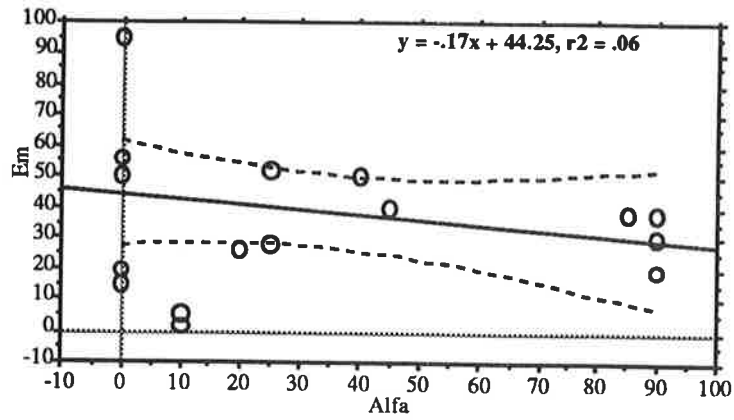
Bergmassans deformationsmodul



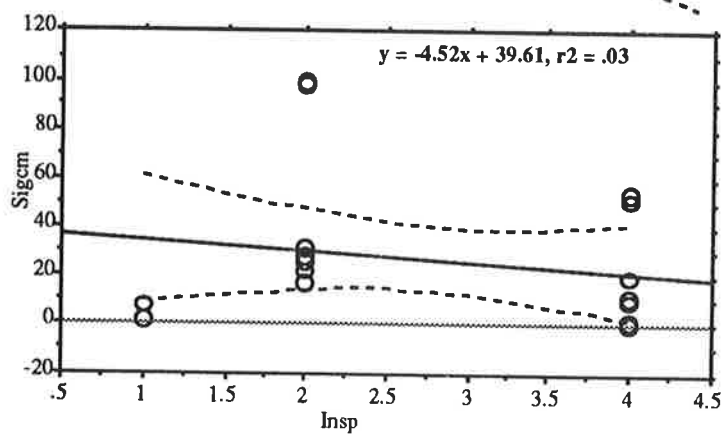
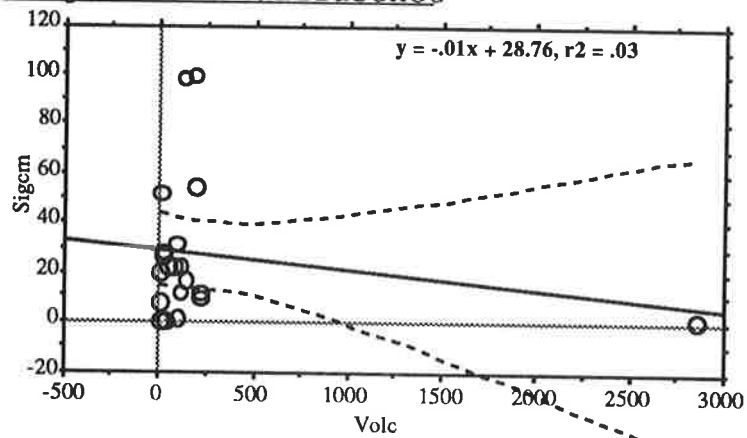


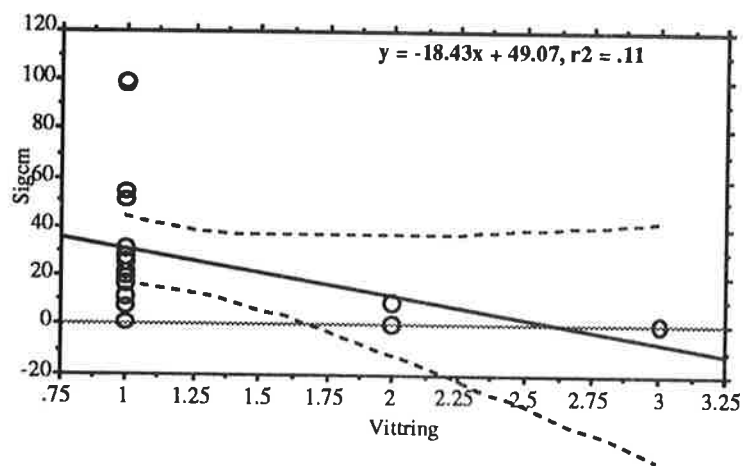
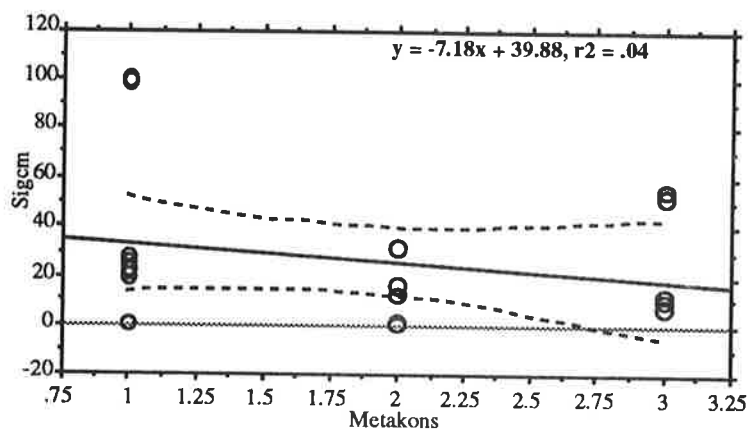
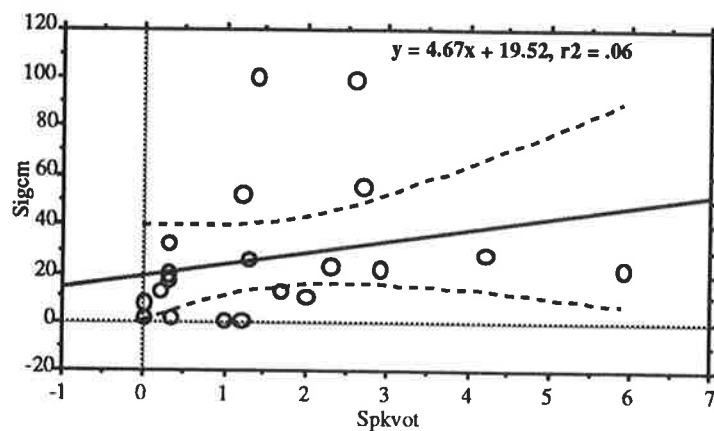
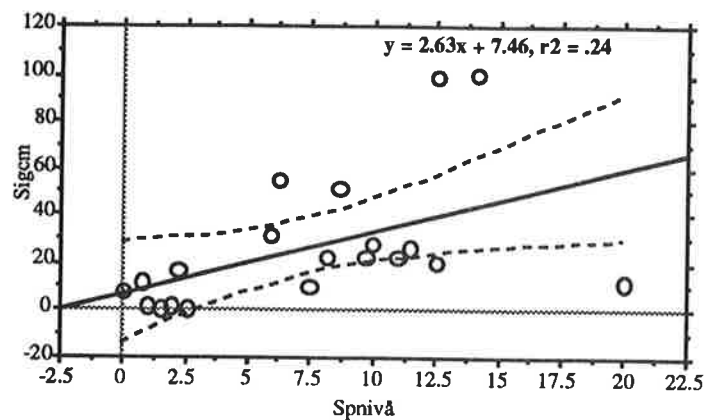


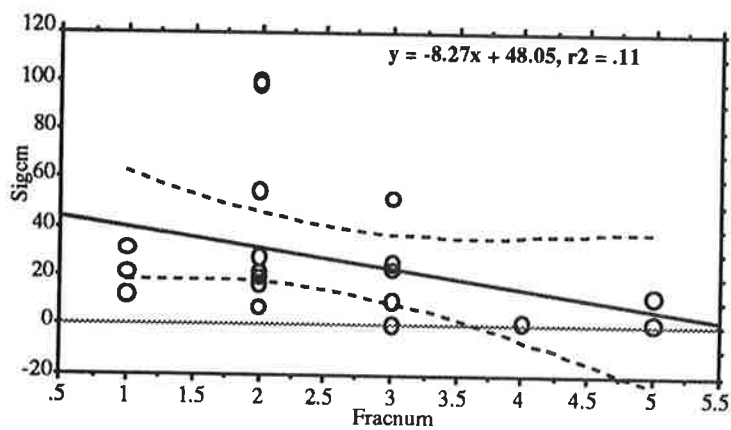
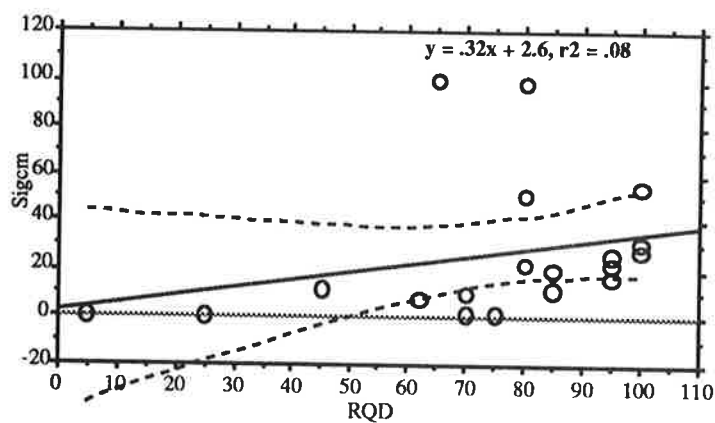
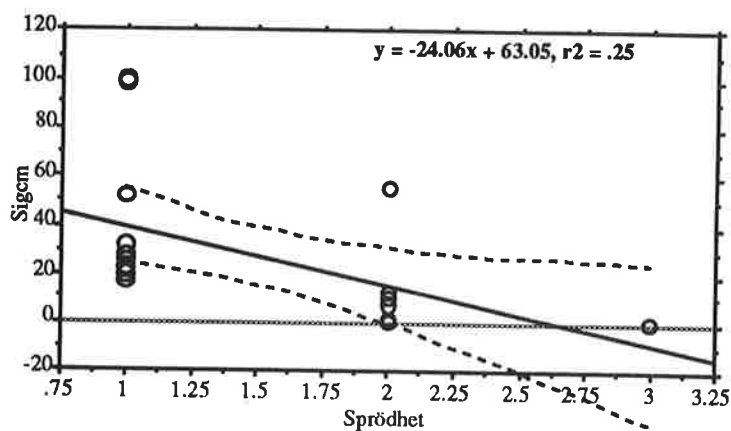
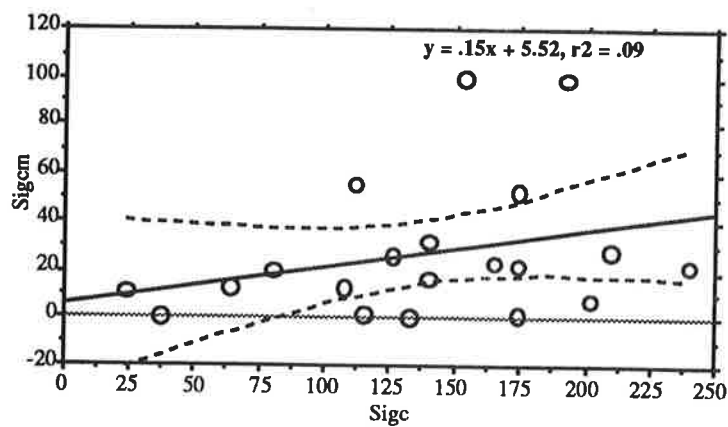


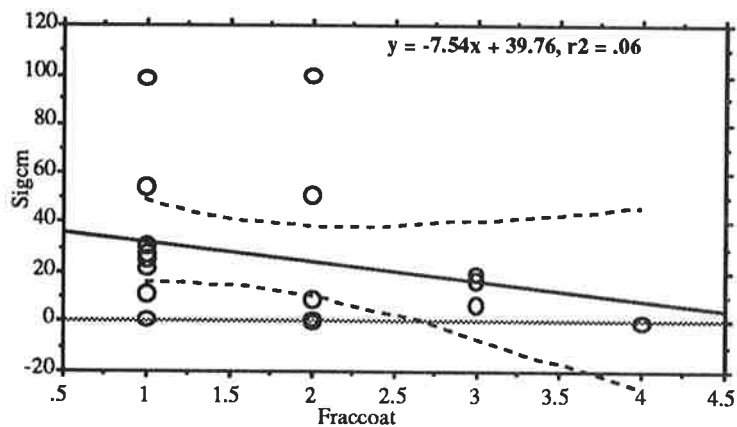
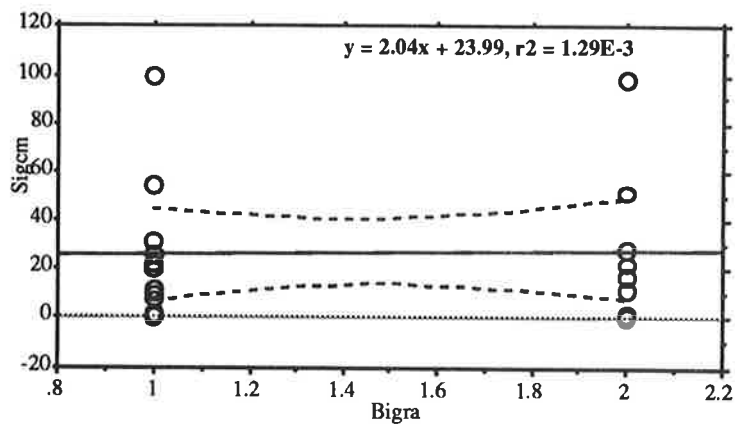
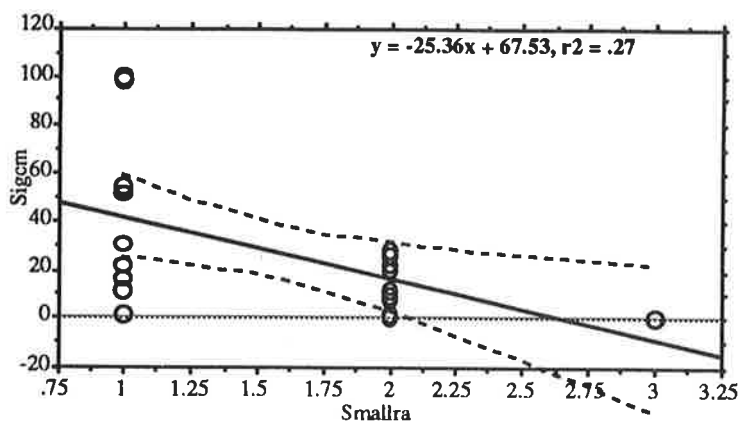
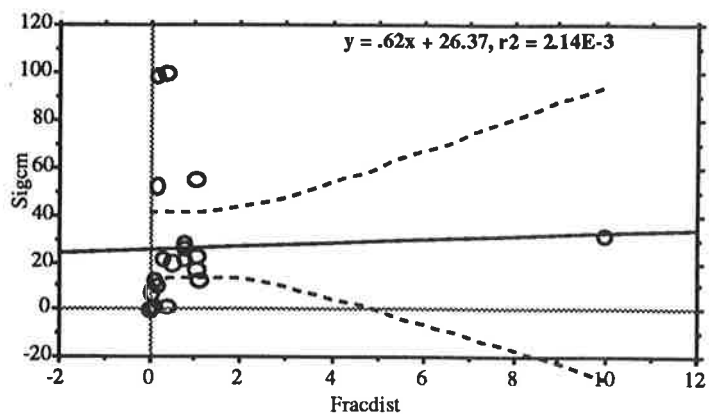


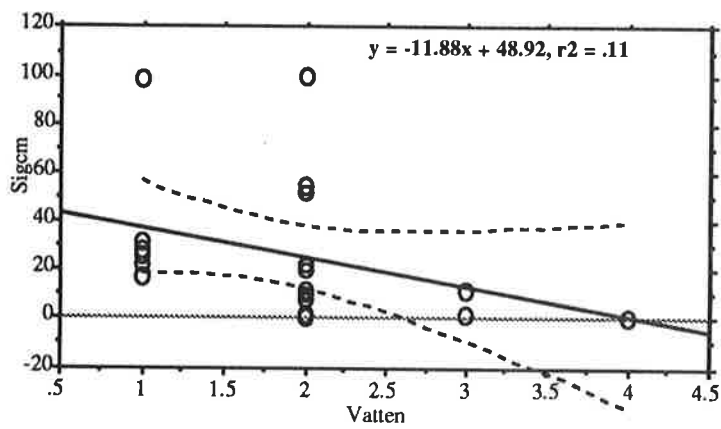
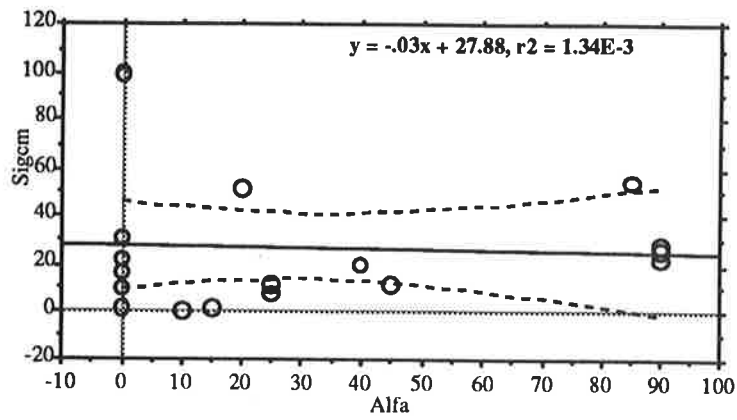
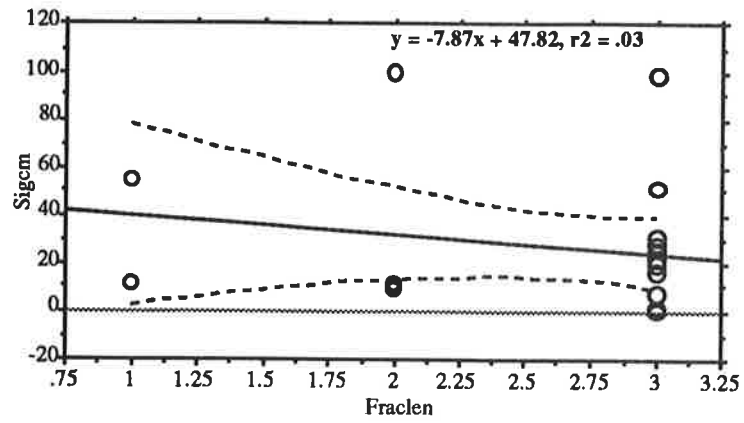
Bergmassans hållfasthet











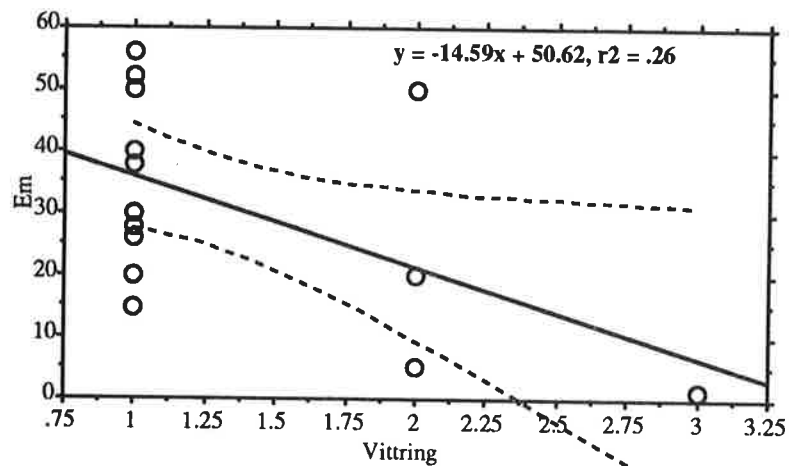
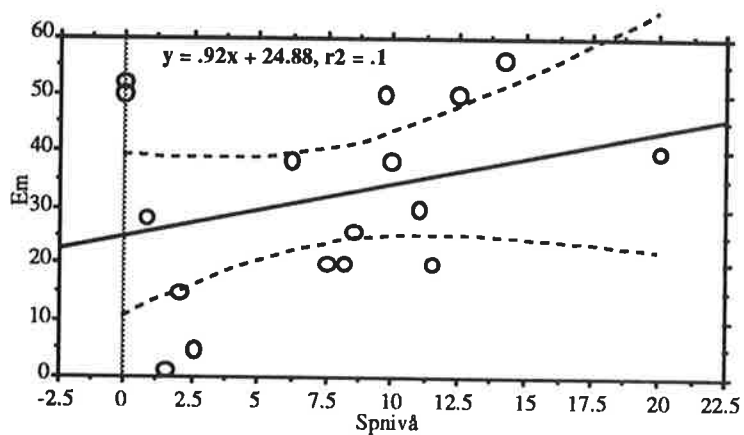
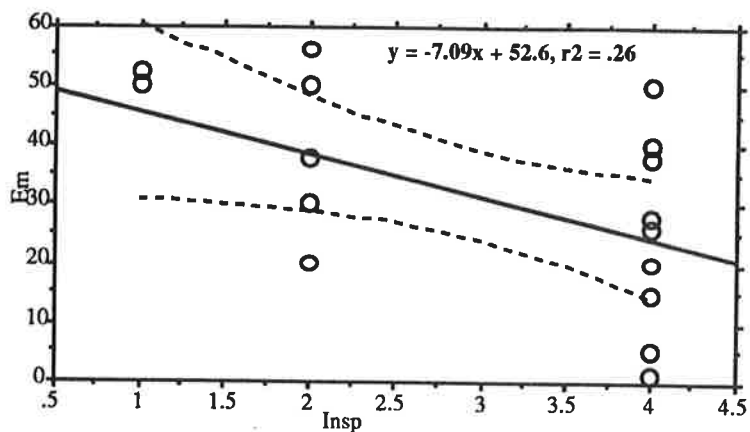
BiLaga sid 32

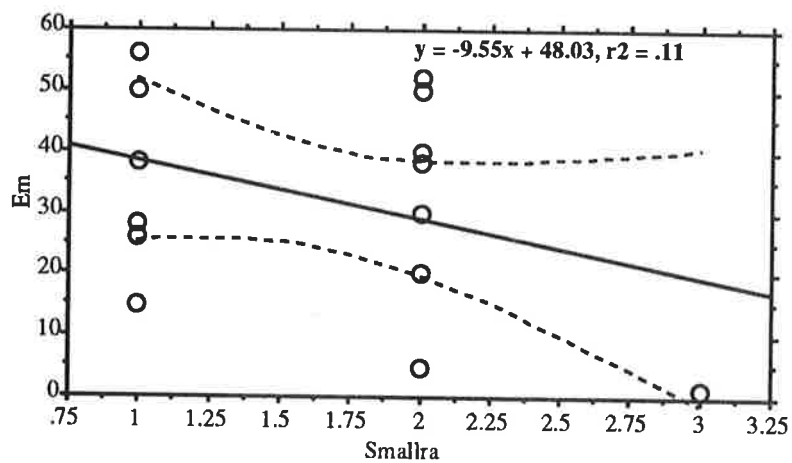
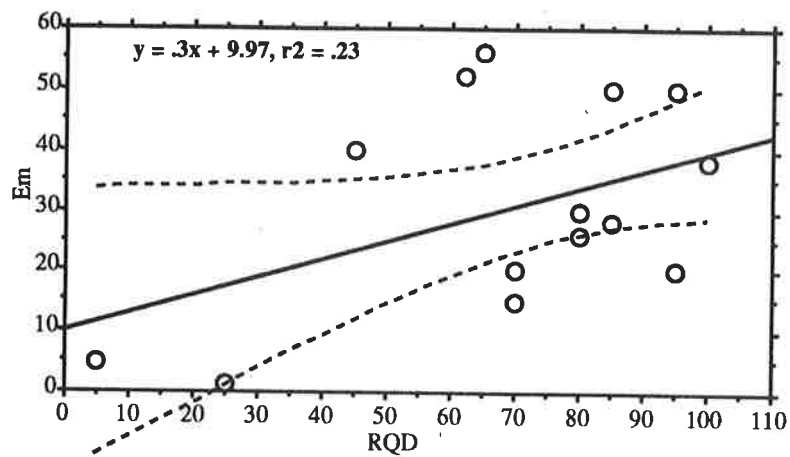
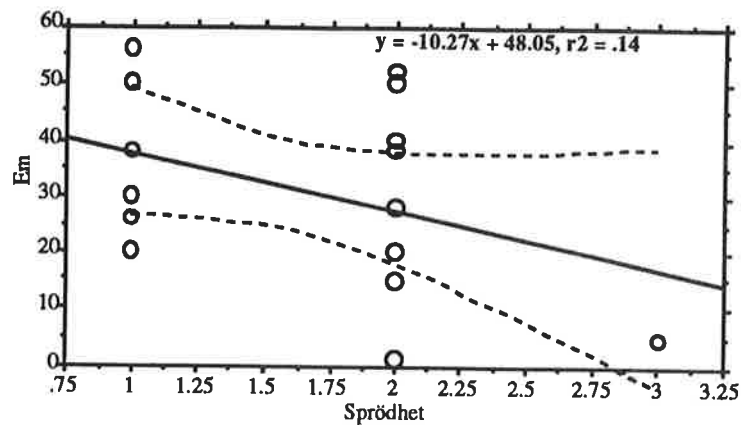
[illegible]

Name	Sigcm	Em	Volc	Vole	Spnivå	Spkvot	Sigc	Ec	ROD	Fracnum	Fracdist	Alfa	INSP gtrf	VITTRING gtrf	SPROD gtrf	SMALLRA gtrf	BIGRA gtrf	FRACCOAT gtrf	FRACLEN gtrf	VATTEN gtrf
Sigcm	1																			
Em	0,3	1																		
Volc	0,26	0,21	1																	
Vole	0,07	-0,01	0,93	1																
Spnivå	0,42	0,08	0,31	0,25	1															
Spkvot	0,15	-0,12	0,09	0,05	0,38	1														
Sigc	0,27	0,28	-0,38	-0,53	-0,03	0,46	1													
Ec	0,08	0,29	-0,02	-0,13	-0,09	-0,23	0,2	1												
ROD	0,33	0,5	0,08	-0,02	0,14	0,27	0,46	0,49	1											
Fracnum	-0,26	-0,5	0,17	0,32	0,29	-0,17	-0,46	-0,03	-0,49	1										
Fracdist	0,11	0,6	0,02	-0,08	-0,08	-0,17	0,07	0,37	0,35	-0,43	1									
Alfa	0,08	-0,25	-0,12	-0,07	0,35	0,33	0,18	-0,04	0,36	0,08	-0,16	1								
INSP G trf	-0,16	-0,48	0,24	0,45	0,03	-0,15	-0,69	-0,32	-0,35	0,41	-0,21	-0,17	1							
VITTRING gtrf	-0,38	-0,51	-0,06	0,05	-0,33	-0,07	-0,42	-0,13	-0,71	0,23	-0,18	-0,32	0,4	1						
SPROD gtrf	-0,47	-0,49	0,1	0,32	-0,42	-0,27	-0,6	-0,56	-0,75	0,36	-0,27	-0,25	0,47	0,55	1					
SMALLRA gtrf	-0,47	-0,51	-0,29	-0,17	0,05	0,01	-0,19	-0,09	-0,51	0,37	-0,31	0,29	0,04	0,65	0,24	1				
BIGRA gtrf	-0,19	-0,01	-0,05	-0,08	0,14	0,34	0,18	-0,36	-0,13	0,27	-0,25	-0,06	0,08	-0,15	0,01	-0,18	1			
FRACCOAT gtrf	-0,13	-0,01	-0,24	-0,24	-0,33	-0,42	-0,14	0,03	-0,49	0,03	-0,26	-0,45	0,06	0,6	0,17	0,43	-0,21	1		
FRACLEN gtrf	-0,31	0,05	-0,7	-0,77	-0,09	0,02	0,38	0,26	-0,06	0,06	0,09	-0,04	-0,4	0,07	-0,32	0,3	0,34	0,25	1	
VATTEN gtrf	-0,16	-0,41	0,13	0,31	-0,05	-0,12	-0,31	-0,38	-0,67	0,37	-0,37	-0,41	0,55	0,58	0,55	0,33	-0,09	0,49	-0,28	1

Bilaga 9 Regressionsanalys utan outliersBergmassans deformationsmodul.

De två värden som faller utanför är case 18 och 19, pelare i Marmolikgruvan.

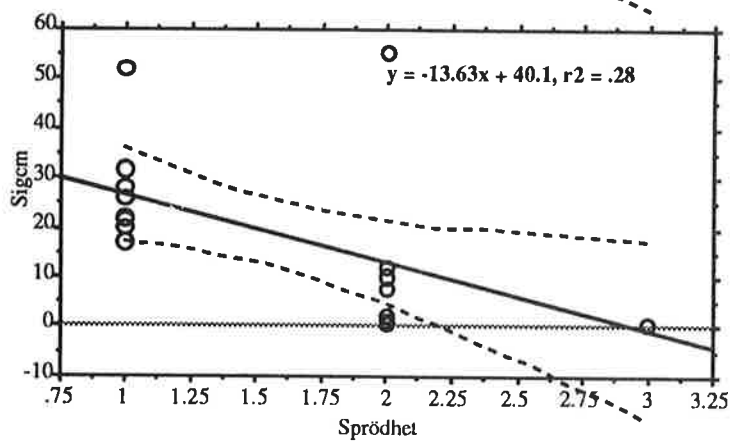
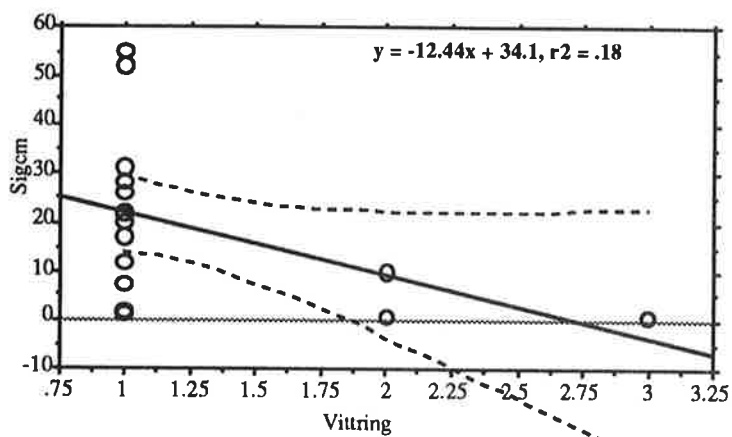
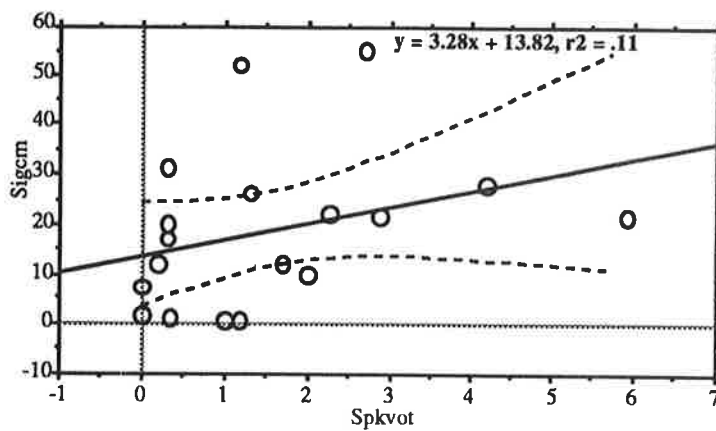
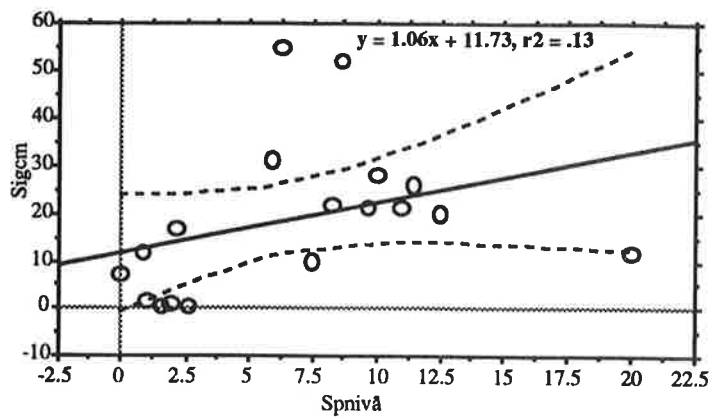


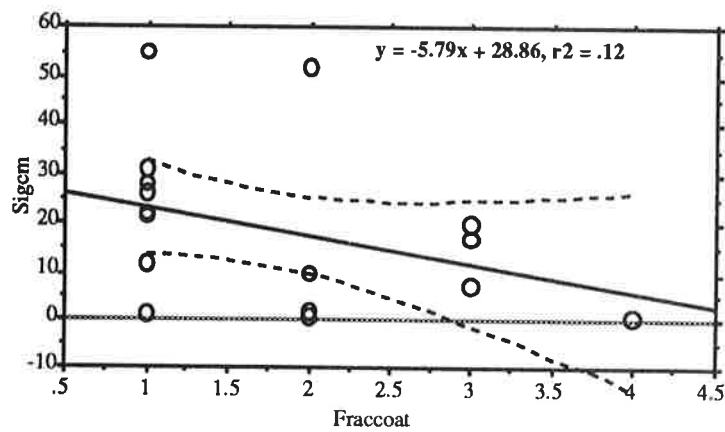
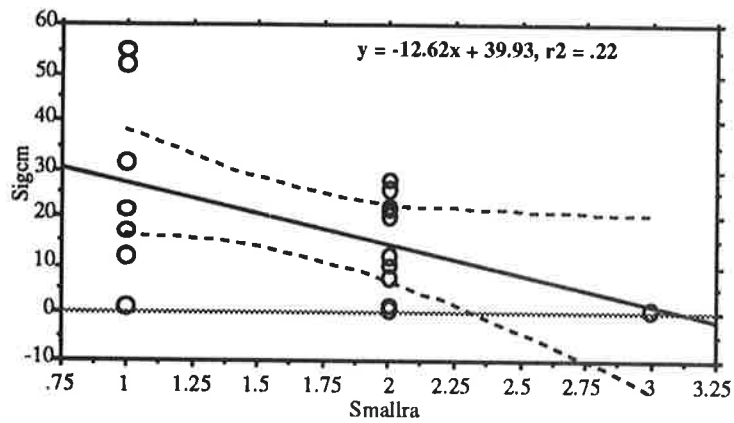
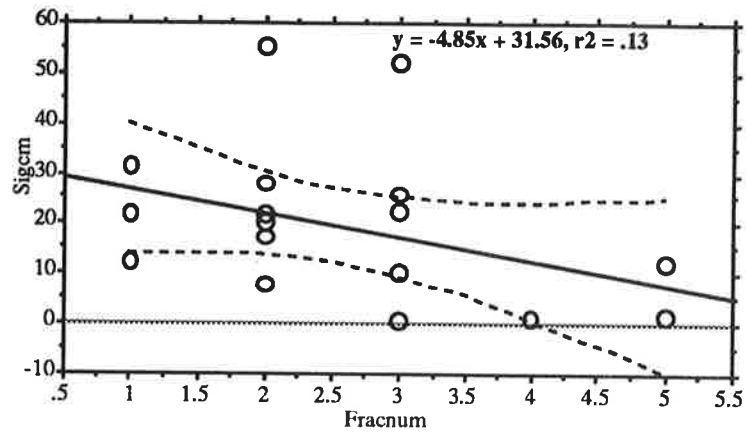
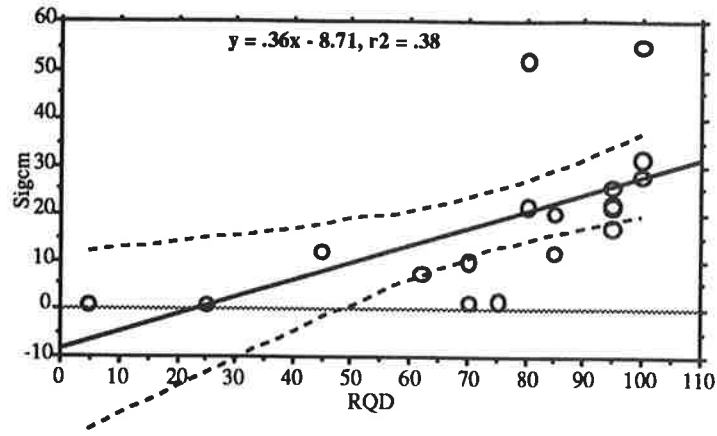


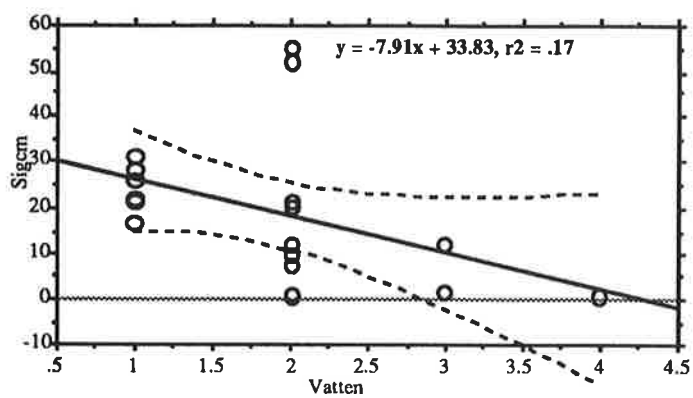
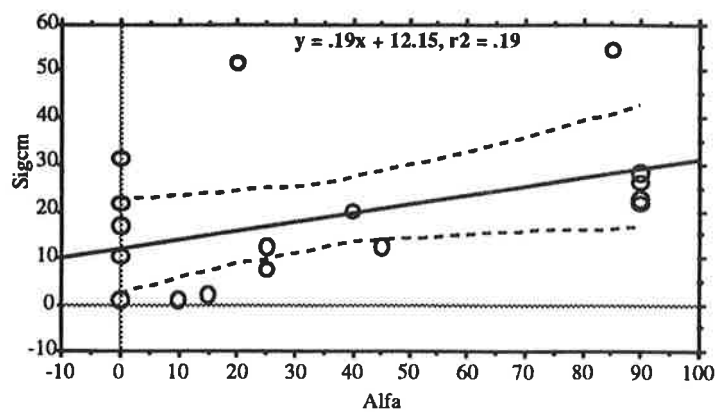
Bergmassans hållfasthet

Case nummer 20 och 21 har tagits bort.

(Endast sådana samband som har ett $r^2 > 0,1$ redovisas)







Litteraturreferenser.

Ang, H-S.A & Tang, W.H., 1975. Probability concepts in engineering planning and design. John Wiley & Sons, Inc New York.

Devore, J.I., 1987. Probability and statistics for engineering and the sciences. Brooks-Cole publishing Company. A division of Wadsworth, Inc.

Dillon, W.R. & Goldstein, M., 1984. Multivariate analysis. Methods and applications. John Wiley & Sons.

Johnson, R.A & Wichern, D.W., 1982. Applied multivariate statistical analysis. Prentice-Hall, Inc. New Jersey.

Kendall & Stuart 1967. The advanced theory of statistics.

Koch, G.S & Link, R.F., 1970. Statistical analysis of geological data. Dover Publications Inc. New York.

Milton, J.S. & Arnold, J.C., 1986. Probability and statistics in the engineering and computing sciences. McGraw-Hill Book Company.

Mosteller, F & Tukey, J.W., Data analysis and regression. Addison-Wesley Publishing Company.

Wonnacott, R.J & Wonnacott, T.H., 1972. Introductory Statistics 3 ed. Wiley, N.Y.